



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI BARI
ALDO MORO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI
Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea Triennale in Fisica

**MODELLO NUMERICO PER LA DINAMICA, LA
TERMODINAMICA, L'ABLAZIONE
E L'EMISSIONE DI METEORE IN INGRESSO
ATMOSFERICO**

Relatore:

Chiar.mo Prof. Savino Longo

Laureando:

Mario Colapinto

Anno Accademico: 2012/2013

Introduzione

Il presente elaborato ha come obiettivo, previo un preambolo descrittivo sul fenomeno delle meteore e sui suoi aspetti termodinamici, il calcolo del rapporto tra le intensità luminose di due righe di emissione del Fe, al fine di poter verificare la validità del modello utilizzato e delle assunzioni fatte in sede di calcolo.

Si è scelto il Fe come elemento poiché comunemente è quello responsabile della maggior parte delle linee spettrali delle meteore.

Il primo traguardo da raggiungere sarà il calcolo della temperatura del meteoroido in funzione del tempo, il che richiederà sostanzialmente un bilancio energetico, per poi applicare il modello di Harvey e Nagasawa per lo spettro di una meteora.

Personalmente la scelta dell'argomento dell'elaborato è dipesa dal fascino esercitato su di me da parte del fenomeno in questione e dall'interesse sviluppato nel corso degli studi per la Fisica che lo regola.

Indice

Parte I – Meteore e meteoriti.....	pag. 3
Il fenomeno delle meteore.....	pag. 3
Bolidi e meteoriti.....	pag. 4
Impatto esplosivo.....	pag. 4
Classificazione dei meteoriti.....	pag. 5
Parte II – Termodinamica.....	pag. 8
Radiazione.....	pag. 8
Contributi energetici.....	pag. 11
Velocità e massa.....	pag. 13
Densità atmosferica.....	pag. 13
Parte III – Simulazione.....	pag. 16
Assegnazioni.....	pag. 16
Densità atmosferica.....	pag. 17
Problema di Cauchy per quota, massa e velocità.....	pag. 17
Problema di Cauchy per la temperatura del meteoroido.....	pag. 20
Intensità delle righe e loro rapporto.....	pag. 22
Conclusione.....	pag. 24
Ringraziamenti.....	pag. 25
Bibliografia.....	pag. 26

Parte I – Meteore e meteoriti

Il fenomeno delle Meteore

Il termine *meteora* si riferisce all'evento di ingresso atmosferico e conseguente emissione luminosa da parte di oggetti solidi abbastanza grandi, benché nel parlare comune con esso ci si riferisca al corpo stesso, che è invece detto *meteoroidi*.

La capacità di un oggetto solido di produrre luce durante l'ingresso atmosferico dipende dalle sue dimensioni e dalla sua velocità: in generale per produrre una meteora è necessario un meteoroidi più grande di 0.01 mm mentre le dimensioni tipiche dei meteoroidi osservati variano da 0.05 mm a 20 cm.

Il moto attraverso gli strati più densi dell'atmosfera determina un rapido riscaldamento del corpo (meteoroidi più piccoli di 0.5 mm sono uniformemente riscaldati, mentre per corpi più grandi si ha un aumento solo superficiale della temperatura) che determina poi la sublimazione del materiale e la formazione di una coltre di vapori attorno al bulk originario (temperatura tipica è 2200K).

Tali vapori sono i responsabili dell'emissione di luce: gli atomi dei vapori vengono debolmente eccitati (energie di qualche eV) e la conseguente diseccitazione consiste nell'emissione di fotoni. La rimozione di materiale dal bulk originario è detta *ablazione*.

Al termine dell'ablazione (essa dura da qualche chilometro fino a qualche decina di chilometri) si ha una fase di *volo oscuro* in cui l'emissione luminosa si conclude.

Bolidi e Meteoriti

Questo tipo di fenomeno si ha in presenza di corpi con un diametro medio maggiore di 20 cm (nel caso di una velocità di 15 km s^{-1} , etc.) che non riescono a perdere tutta la loro massa nel tempo necessario a raggiungere la velocità critica di circa 3 km s^{-1} . A velocità così basse l'energia dissipata nell'attrito tra l'aria e la superficie del meteoroido non è sufficiente a mantenere la temperatura sopra i 2200 K e sostenere quindi il processo di ablazione, cosicché la meteora si spegne.

La parte rimanente del meteoroido continua a rallentare e la sua superficie si raffredda. Il sottile strato fuso sulla superficie del meteoroido si solidifica formando una crosta che è caratteristica dei meteoriti. Fenomeni di questo tipo hanno una magnitudine minore di -8 e sono quindi molto più luminosi di una tipica meteora. Essi vengono chiamati bolidi. La massa restante (circa 10 g nel caso dell'esempio precedente) cade sulla superficie terrestre in un volo oscuro, rallentando fino alla velocità limite, raggiungendo il suolo in qualche minuto. Durante questa fase, come si evince dal nome, il residuo della meteora smette di emettere luce.

Le velocità di impatto variano da qualche decina di m s^{-1} per i corpi con masse dell'ordine di 10 g a qualche centinaia di m s^{-1} per quelli con masse dell'ordine di 10 kg. L'impatto forma un cratere che è normalmente più grande delle dimensioni del meteorite ma la sua forma non fornisce alcuna informazione sul moto del meteoroido prima del suo ingresso in atmosfera.

Impatto esplosivo

Fenomeno molto raro poiché associato a meteoroidi di dimensioni dell'ordine del metro e buona compattezza, per i quali è assente la fase di volo oscuro e che giungono sulla superficie terrestre a velocità ipersoniche e

temperature di migliaia di Kelvin, rilasciando energia sotto forma di onda d'urto, mediante esplosione e propagazione di gas surriscaldato.

Classificazione dei meteoriti

Dal punto di vista scientifico il recupero di un meteorite è un evento tanto raro quanto auspicabile, dato che le informazioni ricavabili da un'analisi chimica diretta sono molto più consistenti di quelle ottenute da un'analisi spettroscopica della meteora. La rarità dell'evento dipende dalle considerevoli dimensioni richieste per il meteoroido e dalle peculiari proprietà di resistenza alla frantumazione e all'eventuale impatto esplosivo. Si possono innanzitutto distinguere *meteoriti naturali* e *meteoriti artificiali*.

Meteoriti naturali

La moderna classificazione divide le meteoriti in gruppi secondo la loro struttura, la loro mineralogia e la loro composizione chimica e isotopica. In particolare le meteoriti ferrose sono suddivise in base alla loro composizione chimica. Ecco lo schema di classificazione moderno:

Meteoriti primitivi

- Condriti ordinarie;
- Condriti carbonacee;

Meteoriti differenziati

- Acondriti;
- Meteoriti ferrosi;
- Meteoriti ferro-rocciosi.

Le condriti ordinarie sono meteoriti rocciosi di composizione planetaria composti principalmente di H, He, C, N, Fe, Ni. Esse costituiscono circa l'86% dei meteoriti caduti sulla Terra, hanno in genere un'età paragonabile a quella del sistema solare (4.6 miliardi di anni) e si ritiene che abbiano origine nella fascia degli asteroidi. Circa il 5% delle condriti è costituito da condriti carbonacee che contengono acqua e tracce di materiale organico.

Le condriti carbonacee presentano, inoltre, una composizione isotopica simile a quella del Sole e questo fa pensare che si tratti di materiale, rimasto inalterato, che componeva la nebulosa da cui ha avuto origine il Sole.

Per quanto riguarda i meteoriti differenziati, le acondriti sono la classe più abbondante. È di questo tipo circa l'8% del materiale caduto sulla Terra dallo spazio e si pensa che derivino dalla frammentazione della crosta di asteroidi di grandi dimensioni. Questi meteoriti sono molto simili, come composizione, alle rocce ignee presenti sulla Terra. Una buona parte delle acondriti è, invece, di origine planetaria. Infatti tra di esse sono compresi i meteoriti marziani e anche quelli lunari e questi sono diffusi in numero molto maggiore rispetto ai meteoriti derivanti da asteroidi. Solo il 5% dei meteoriti è di tipo ferroso. Essi sono composti principalmente di leghe Fe-Ni e derivano probabilmente dal nucleo di pianeti o asteroidi che potrebbero essersi eventualmente spaccati permettendo la frammentazione del nucleo. Il restante 1% dei meteoriti è costituito da corpi ferro-rocciosi che hanno caratteristiche intermedie a quelle delle due classi precedentemente descritte.

È doveroso specificare che è stata riportata una classificazione generica, esistono ramificazioni ulteriori delle categorie descritte sopra, tuttavia riportarle esula dagli obiettivi del presente lavoro.

Meteoriti Artificiali

Si indica col termine *meteorite artificiale* un corpo costruito dall'uomo che penetra l'atmosfera e giunge al suolo. Produrre una meteora artificiale è il

miglior modo per verificare la validità dei modelli teorici sviluppati per la descrizione del fenomeno.

È bene precisare che, a causa delle difficoltà nel lancio di determinati materiali in orbita, le sostanze utilizzate si limitano a ferro, acciaio e nickel, oltre a rocce sedimentarie: queste ultime per verificare la possibile sopravvivenza di batteri nel contesto dell'astrobiologia.

Si usano comunemente oggetti di masse dell'ordine del grammo e a basse velocità. Le misure di efficienza luminosa vengono poi confrontate con i risultati di esperimenti fatti su meteoroidi naturali per la verifica dei modelli di ablazione e radiazione.

Parte II – Termodinamica

Radiazione

L'emissione luminosa di un meteoroido consiste soprattutto dell'emissione di fotoni da parte di atomi eccitati o nelle transizioni in bande molecolari. Gli atomi che emettono luce sono essenzialmente quelli presenti nel cappello di gas che avvolge il meteoroido, dunque l'ablazione è il requisito fondamentale per l'emissione luminosa: quando la temperatura scende al di sotto dei 2200K il processo di ablazione termina e inizia il volo oscuro.

La più semplice assunzione da fare nel momento in cui si ricerca un modello per l'emissione luminosa è che la popolazione dell'*i*-esimo livello energetico sia in accordo con la distribuzione di Boltzmann per l'equilibrio termico:

$$n_i = \frac{N}{Z} g_i e^{-\frac{E_i}{kT}},$$

in cui N è la concentrazione di tutti gli atomi, Z la funzione partizione, n_i il numero di atomi che popolano l'*i*-esimo livello, g_i la molteplicità del livello, E_i l'energia rispetto al *ground state*, k la costante di Boltzmann e T la temperatura assoluta. Altra assunzione fondamentale è che l'intero volume radiante sia alla stessa temperatura (vero per meteoroidi più piccoli di 0.5 mm). Se infine si tiene conto dell'auto-assorbimento della radiazione all'interno del volume radiante si ottiene la seguente formula per l'intensità della singola riga:

$$I_\nu(T) = B_\nu(T)(1 - e^{-\tau_\nu}),$$

in cui $B_\nu(T)$ è la funzione di Planck per lo spettro di corpo nero e τ_ν è una quantità chiamata *profondità ottica*, strettamente legata alla probabilità di

transizione e contenente un fattore di correzione per emissione stimolata pari a $(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}})$.

Per temperature inferiori a 3000K autori come Harvey e Nagasawa hanno semplificato il modello trascurando il fenomeno dell'auto-assorbimento, ottenendo la seguente:

$$I_{\nu}(T) = N \frac{f 2\pi e^2 h g_i}{mU \lambda^3} e^{-\frac{E_{i+1}}{kT}},$$

in cui e è la carica dell'elettrone, m la sua massa, h la costante di Planck e λ la lunghezza d'onda relativa alla riga. I coefficienti f ed N sono la *forza dell'oscillatore* (quantità legata alla probabilità di transizione dallo stato $i+1$ -esimo allo stato i -esimo) e la *densità colonnare* (la concentrazione dell'elemento in gioco integrata lungo la linea di vista).

Di seguito una tabella dei più comuni atomi e ioni identificati nei meteoroidi: vengono indicati lunghezza d'onda, molteplicità del livello finale ed energia del livello superiore:

Atom or ion	λ (Å)	Multiplet	E_2 (eV)
H I	6563	1	12.09
Li I	6708	1	1.85
N I	8680	1	11.76
	6465	21	13.66
	4110	10	13.70
N II	5680	3	20.66
O I	7772	1	10.74
	6158	10	12.75
Na I	5890	1	2.11
Mg I	5184	2	5.11
	3838	3	5.94
Mg II	4481	4	11.63
Al I	3962	1	3.14
Si I	3906	3	5.08
Si II	6347	2	10.07
	4131	3	12.83
Ca I	4227	2	2.93
	6162	3	3.91
Ca II	3934	1	3.15
	8542	2	3.15
Ti I	4982	38	3.33
Ti II	3349	1	3.74
Cr I	4254	1	2.91
	5208	7	3.32
	3593	4	3.44
Cr II	3125	5	6.42
Mn I	4031	2	3.08
Fe I	3860	4	3.21
	4384	41	4.31
	5270	15	3.21

La simulazione riguarderà le prime due righe denominate “Fe I”.

Contributi energetici

Da quanto detto in precedenza e per lo scopo del presente testo emerge la necessità di fare un bilancio energetico per un meteoroido.

Al corpo in caduta nell’atmosfera viene impartita energia tramite collisioni con gli atomi e le molecole presenti nell’atmosfera, i quali, nel sistema di riferimento del meteoroido, possiedono energia

$$T = \frac{m_a v^2}{2},$$

in cui m_a è la massa delle particelle atmosferiche. Essendo l’atmosfera terrestre una miscela eterogenea di gas conviene pensare, più che alle singole masse, alla densità: la massa totale incontrata dal meteoroido in un tempo dt sarà pari a:

$$m(t, t + dt) = \rho_a v \Lambda A \left(\frac{m}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{3}} dt,$$

in cui ρ_a è la densità atmosferica, m la massa del meteoroido e ρ_m la sua densità. Il termine $A \left(\frac{m}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{3}}$ rappresenta l’area effettiva del meteoroido soggetta agli urti e Λ vale, per un oggetto sferico, 1.2. Λ è detto *coefficiente di heat-transfer*, tiene conto della frazione di energia che permette l’aumento di temperatura del meteoroido, esso verrà assunto pari a 0.5.

le perdite di energia invece sono essenzialmente due, l’emissione elettromagnetica e l’ablazione. La prima è regolata dalla legge di Stefan-Boltzmann:

$$P_{out,rad} = 4\sigma\epsilon A \left(\frac{m}{\rho_m}\right)^{\frac{2}{3}} (T_m^4 - T_a^4),$$

σ è la costante di Stefan-Boltzmann, ϵ l'emissività del corpo, assunta 0.9, T_m la temperatura del meteoroido e T_a quella dell'atmosfera.

La perdita per ablazione invece viene espressa come

$$P_{out,abl} = L \frac{dm}{dt},$$

con L calore di ablazione (J/kg), ovvero la somma dei contributi energetici necessari ai seguenti processi:

- riscaldamento fino al punto di fusione da una data temperatura iniziale;
- Calore latente di fusione;
- Riscaldamento fino al punto di evaporazione;
- Calore latente di evaporazione.

A questo punto si può immediatamente scrivere la seguente equazione differenziale:

$$\frac{dT_m}{dt} = \frac{1}{cm} \left[\rho_a \frac{v^3}{2} \Lambda A \left(\frac{m}{\rho_m}\right)^{\frac{2}{3}} - 4\sigma\epsilon A \left(\frac{m}{\rho_m}\right)^{\frac{2}{3}} (T_m^4 - T_a^4) - L \frac{dm}{dt} \right],$$

dove c è il calore specifico del materiale di cui è composto il meteoroido.

Velocità e massa

È necessario osservare che per risolvere la precedente equazione si deve conoscere come variano la massa e la velocità del meteoroido nel tempo. La teoria dell'ablazione fornisce le equazioni differenziali necessarie, le quali, come sarà presto evidente, dipendono reciprocamente l'una dall'altra, rendendo indispensabile la loro risoluzione simultanea. La prima è essenzialmente la legge di Newton, assumendo che la velocità del meteoroido nel tempo dt venga alterata dal trasferimento di una certa quantità di impulso da parte delle molecole di aria; la seconda regola la perdita di massa, ipotizzando che essa vari in modo proporzionale all'energia cinetica fornita al meteoroido mediante urto:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = -\rho_a \frac{v^2}{m} A \left(\frac{m}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{3}} \\ \frac{dm}{dt} = -\rho_a v^3 \frac{A\Lambda}{2L} \left(\frac{m}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{3}} \\ v(0) = v_0 \\ m(0) = m_0 \end{cases}$$

Risolvere questo problema di Cauchy significa poter risolvere l'equazione per la temperatura.

Densità atmosferica

L'ultimo problema da affrontare è come tener conto della variazione della pressione atmosferica lungo il moto del meteoroido. Normalmente si potrebbe pensare alla formula barometrica, tuttavia tutta l'analisi verrà condotta nel dominio del tempo, dunque bisogna capire come ottenere una funzione del tipo $\rho_a = \rho_a(t)$.

È intuitivo partire proprio dalla formula barometrica sopra citata:

$$\rho_a(h) = \rho_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

con M massa molare dell'aria e R costante dei gas; il problema è che per quote superiori ai 86 km la formula non riproduce al meglio le misure. Per risolvere il problema è stato eseguito un fit con un polinomio di secondo grado tra dati ottenuti dalla formula barometrica e dati tabulati in scala logaritmica, coprendo quote che variano dai 32km ai 120km :

Altezza (metri)	ρ_{atm} (Kg/m ³)
$1.20 \cdot 10^5$	$1.98 \cdot 10^{-8}$
$1.10 \cdot 10^5$	$8.76 \cdot 10^{-8}$
$1.00 \cdot 10^5$	$5.26 \cdot 10^{-7}$
$9.0 \cdot 10^4$	$3.00 \cdot 10^{-6}$
$7.1 \cdot 10^4$	$6.40 \cdot 10^{-5}$
$5.1 \cdot 10^4$	$8.6 \cdot 10^{-4}$
$4.7 \cdot 10^4$	$14.3 \cdot 10^{-4}$
$3.2 \cdot 10^4$	$13.22 \cdot 10^{-3}$

Si può quindi scrivere:

$$\rho_a(t) = e^{-0.600577 - 0.000110h(t) - 2.741221 \times 10^{-10} h(t)^2},$$

Questa soluzione ha permesso di ottenere una funzione del tempo, purché si conosca h(t).

La conoscenza di $h(t)$ quindi richiede di ampliare il problema di Cauchy per massa e velocità, includendo una terza equazione con relativa condizione al contorno che fornisca la quota in funzione del tempo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv}{dt} = -\rho_a \frac{v^2}{m} A \left(\frac{m}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{3}} \\ \frac{dm}{dt} = -\rho_a v^3 \frac{A\Lambda}{2L} \left(\frac{m}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{3}} \\ \frac{dh}{dt} = -v \cos\theta \\ v(0) = v_0 \\ m(0) = m_0 \\ h(0) = h_0 \end{array} \right.$$

In cui θ è l'angolo di ingresso nell'atmosfera.

Si osservi come si sia trascurato il contributo dell'accelerazione di gravità, dato che le tipiche velocità di ingresso sono estremamente elevate (dell'ordine di 10^4 m s^{-1}).

Parte III – Simulazione

La simulazione del rapporto tra le intensità delle righe scelte è stata effettuata utilizzando il software *Wolfram Mathematica 7.0*. La simulazione è stata fatta per un meteoroido di Ferro di massa pari a 10^{-9} kg, entrante con un angolo di 45° rispetto alla verticale ad una velocità di 20 km s^{-1} . La temperatura iniziale del meteoroido è stata assunta pari alla temperatura media dell'atmosfera terrestre, ovvero 300K. Di seguito le assegnazioni, le linee di codice ed i risultati ottenuti.

Assegnazioni

```
Clear[data, A, L,  $\Lambda$ ,  $\rho_m$ ,  $m$ ,  $v$ ,  $t$ ,  $\sigma$ ,  $\epsilon$ ,  $c$ ,  $T_a$ ,  $T$ ,  $e$ ,  $h$ ,  $m_e$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $E_{21}$ ,  $E_{22}$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $k$ ];  
(* Il comando Clear[] assicura che i simboli elencati siano disponibili per eventuali assegnazioni*)  
  
A = 1.2; (*Coefficiente di forma per un corpo sferico*)  
L =  $8.26 \cdot 10^6$ ; (*Calore di ablazione per meteoroidi ferrosi, espresso in J/kg*)  
 $\Lambda$  = 0.5; (*Heat transfer coefficient, adimensionale*)  
 $\rho_m$  = 7874; (*Densità del Fe, espressa in  $\text{kg/m}^3$ *)  
 $\sigma$  =  $5.67 \cdot 10^{-8}$ ; (*Costante di Stefan-Boltzmann, espressa in  $\text{W/m}^2\text{T}^4$ *)  
 $\epsilon$  = 0.9; (*Emissività, adimensionale*)  
 $c$  = 440; (*Calore specifico del Fe, espresso in J/kg K*)  
 $T_a$  = 300; (*Temperatura assoluta media dell'atmosfera, espressa in K*)  
 $e$  =  $1.60 \cdot 10^{-19}$ ; (*Carica dell'elettrone in C*)  
 $h$  =  $6.63 \cdot 10^{-34}$ ; (*Costante di Planck, espressa in Js*)  
 $m_e$  =  $9.11 \cdot 10^{-31}$ ; (*Massa dell'elettrone in Kg*)  
 $g_1$  = 4; (*Molteplicità del livello energetico finale relativo alla riga 1, adimensionale*)  
 $g_2$  = 42; (*Molteplicità del livello energetico finale relativo alla riga 2, adimensionale*)  
 $E_{21}$  = 3.21; (*Energia del livello energetico iniziale relativo alla riga 1, espressa in eV*)  
 $E_{22}$  = 4.31; (*Energia del livello energetico iniziale relativo alla riga 2, espressa in eV*)  
 $\lambda_1$  =  $3860 \cdot 10^{-10}$ ; (*Lunghezza d'onda relativa alla riga 1, espressa in m*)  
 $\lambda_2$  =  $4384 \cdot 10^{-10}$ ; (*Lunghezza d'onda relativa alla riga 2, espressa in m*)  
 $k$  =  $8.62 \cdot 10^{-5}$ ; (*Costante di Boltzmann, espressa in eV/K*)
```

Densità atmosferica

```

data = {{120000, Log[1.98*10-8]}, {110000, Log[8.76*10-8]}, {100000, Log[5.26*10-7]},
        {90000, Log[3*10-6]}, {71000, Log[6.4*10-5]}, {51000, Log[8.6*10-4]}, {47000, Log[14.3*10-4]},
        {32000, Log[13.22*10-3]}; (*Definizione di una lista di coppie ordinate di tipo (x,y)=
(quota,Log[pressione atmosferica])*
Fit[data, {1, q, q^2}, q] (*L'istruzione esegue un fit delle coppie desiderate con un polinomio
di secondo grado*)

-0.600577 - 0.000110697 q - 2.74122*10-10 q2

```

```

ra[t_] = e-0.600576-0.00011*d[t]-2.741*10-10*d[t]2;
(*Definisce la funzione ra[t] per la densità atmosferica*)

```

Problema di Cauchy per quota, massa e velocità

```

sol = NDSolve[{v'[t] == -1/m[t] ra[t]*A*(m[t]/rm)2 v[t]2, m'[t] == -A*Lambda/(2*L)*(m[t]/rm)2*ra[t]*v[t]3,
              d'[t] == -Cos[pi/4]*v[t], v[0] == 20000, m[0] == 10-9, d[0] == 150000}, {v[t], m[t], d[t]}, {t, 0, 6}];

```

NDSolve[eqns, funs, int] risolve numericamente le equazioni differenziali nella lista "eqns" rispetto alle incognite nella lista "funs", estendendo il calcolo nell' intervallo "int" specificato; le soluzioni vengono restituite in una lista, nominata "sol1";

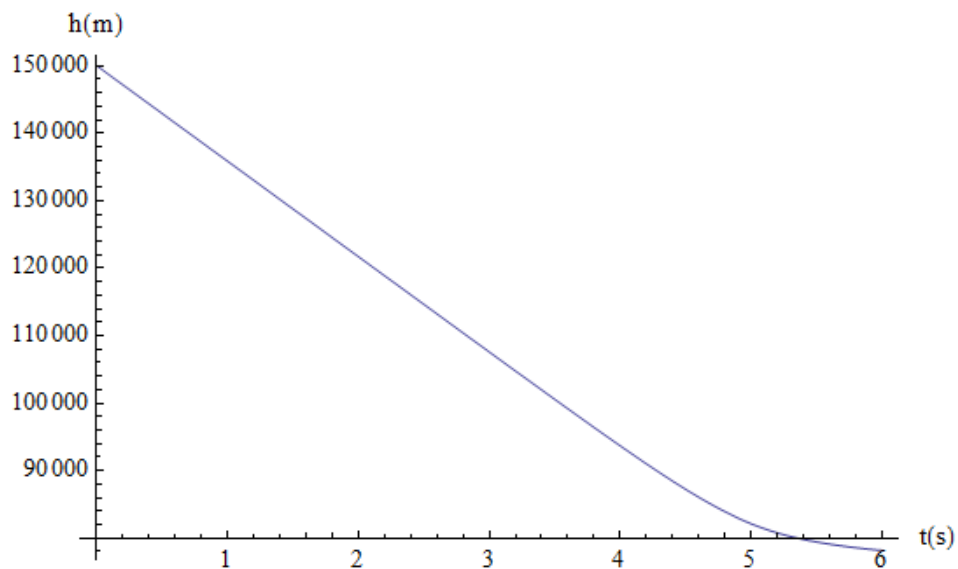
```

{vv[t_], mm[t_], dd[t_]} = {v[t], m[t], d[t]} /. sol[[1]];

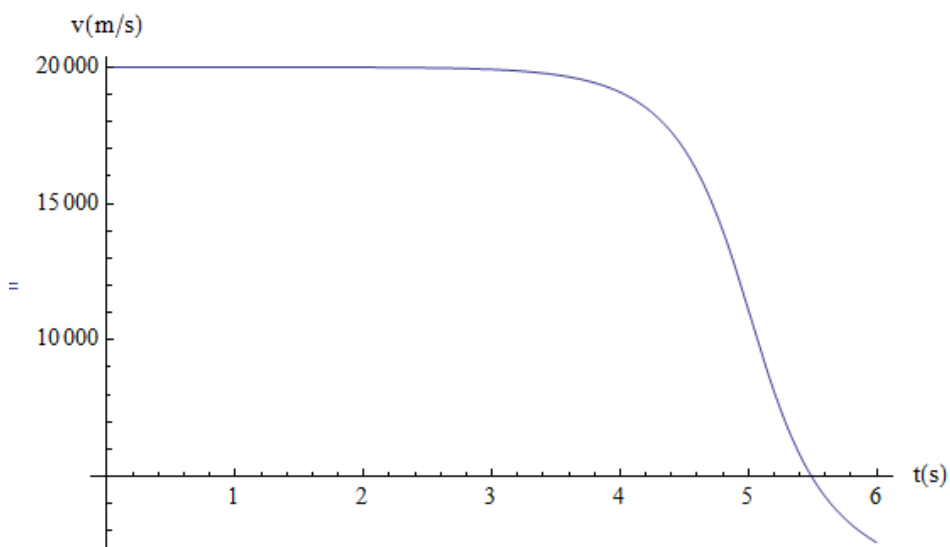
```

Definisce le funzioni contenute nella prima lista, assegnando loro la forma delle soluzioni trovate nel comando precedente e contenute in "sol1".

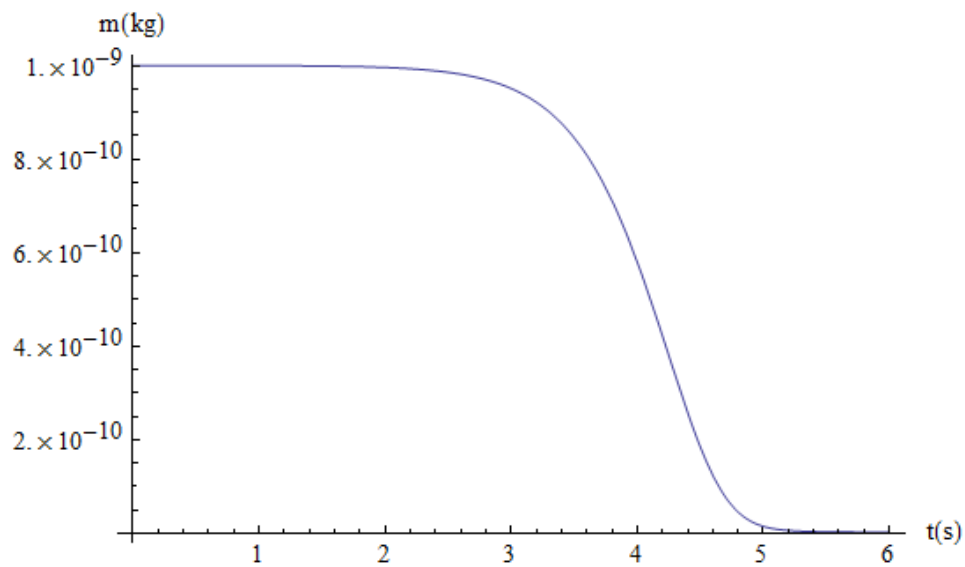
È ora possibile presentare i primi risultati dei calcoli, ovvero gli andamenti di quota, velocità e massa in funzione del tempo:



La quota decresce linearmente col tempo fino a circa 4 s, quando la pendenza diventa più dolce, segno che la velocità rimane costante nelle prime fasi del moto e poi subisce una diminuzione.



Il grafico conferma quanto scritto in precedenza, verosimilmente la diminuzione della velocità è dovuta al fatto che gli strati di aria sono via via più densi e hanno una capacità frenante maggiore.



Si osservi come il processo di ablazione abbia inizio sempre intorno ai 4s, istante che si può ormai ritenere di *soglia* per l'inizio della perdita di energia del meteoroido.

Problema di Cauchy per la temperatura del meteoroido

```
sol2 =
NDSolve[
{T'[t] ==

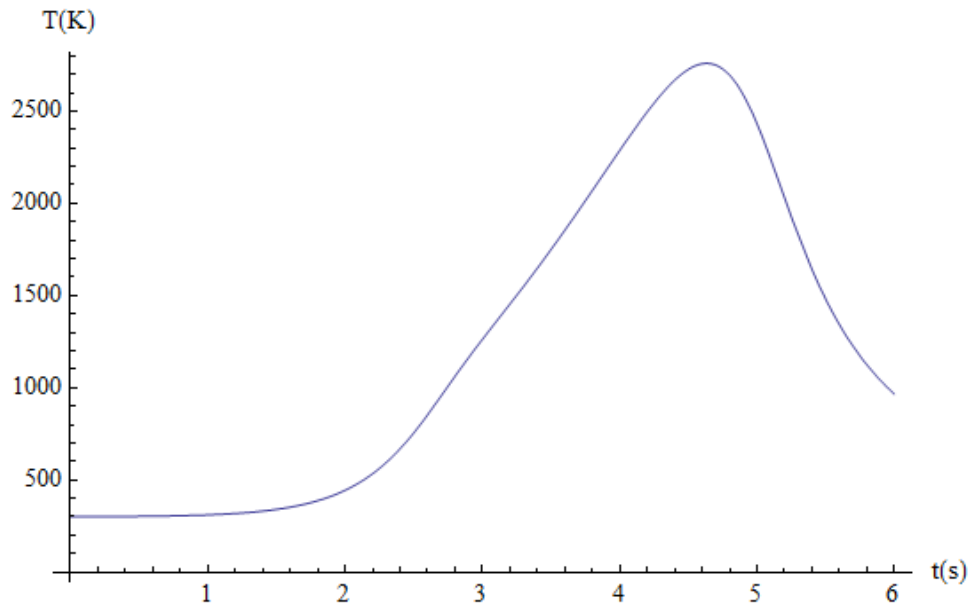
$$\frac{1}{c * mm[t]} * \left( A * \left( \frac{mm[t]}{rm} \right)^{\frac{2}{3}} * \left( \frac{\Lambda * e^{-0.600576 - 0.00011 * dd[t] - 2.741 * \wedge - 10 * dd[t]^2 * vv[t]^3}}{2} - 4 * \sigma * \epsilon * (T[t]^4 - Ta^4) \right) - L * mm'[t] \right),$$

T[0] = 300}, T[t], {t, 0, 6}]; (*Soluzione del problema*)
```

Come in precedenza, NDSolve viene utilizzata per risolvere un problema di Cauchy, questa volta per la temperatura;

```
TT[t_] = T[t] /. sol2;
```

Nella precedente istruzione viene definita una nuova funzione TT[t], assegnandole la forma trovata dalla funzione NDSolve. I caratteri “/.” rappresentano un’informazione di “percorso”: la forma da dare alla nuova funzione TT[t] si trova nella lista chiamata “sol2”. Segue il grafico della temperatura verso il tempo:



Il grafico riproduce in modo fedele quanto esposto nella Parte I: la fase di preriscaldamento procede fino a superare la soglia dei 2200K, quando il processo di ablazione ha inizio e si forma il cappello di gas, responsabile poi dell'emissione luminosa. Quando poi questo fenomeno diventa preponderante la temperatura cala. La sopracitata soglia dei 4s è come previsto significativa, poiché per $t = 4s$ si ottiene una temperatura di circa 2290 K, che evidentemente permette l'ablazione e l'emissione. La stessa temperatura si ottiene intorno ai 5s, in fase di raffreddamento, quando il meteoroido ha perso energia: in questa fase l'ablazione non può avvenire e infatti massa e velocità vanno in *plateau* e la pendenza di $h(t)$ si addolcisce.

Intensità delle righe e loro rapporto

Utilizzando la formula:

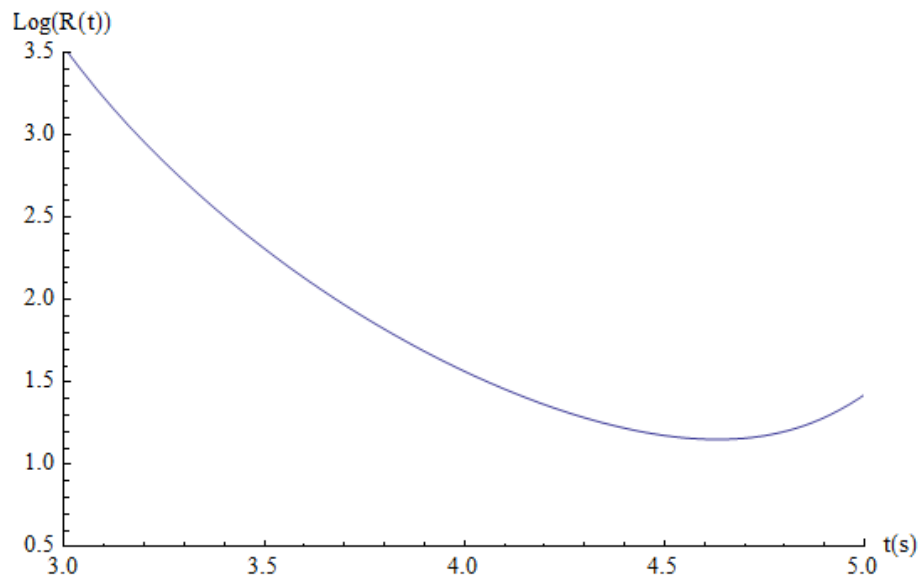
$$I_{\nu}(T) = N \frac{f 2 \pi e^2 h g_i}{m U \lambda^3} e^{-\frac{E_{i+1}}{kT}},$$

sono state calcolate le intensità luminose delle righe prescelte e in funzione del tempo e dunque il loro rapporto. Osservazione importante è che tale rapporto risulta indipendente dalla forza dell'oscillatore e dalla densità colonnare, dunque esso rappresenta un mezzo più intuitivo e immediato per cercare di capire quale livello energetico sia il più popolato istante per istante. La funzione partizione è stata posta pari a 1, nell'ipotesi che al momento dell'eccitazione gli atomi di ferro si trovino nel loro stato fondamentale.

$$I1[t_] = \frac{2 * \pi * e^2 * h}{m e * \lambda 1^3} * g1 * e^{-\frac{E21}{k * TT[t]}} ;$$
$$I2[t_] = \frac{2 * \pi * e^2 * h}{m e * \lambda 2^3} * g2 * e^{-\frac{E22}{k * TT[t]}} ;$$
$$R[t_] = I1[t] / I2[t] ;$$

Le prime due righe definiscono le intensità luminose a parità di forza dell'oscillatore e densità colonnare, si osservi che ereditano da TT[t] la dipendenza dal tempo. La terza riga definisce il rapporto delle intensità.

Segue il grafico in scala semilogaritmica per R(t), tale scala permette una più agevole lettura:



Per tutto il tempo considerato I1 predomina su I2, tuttavia nella fase di massima attività dal punto di vista ablativo ed emissivo, la differenza tra i due è meno accentuata, stando ad indicare una più uniforme distribuzione dell'energia tra i due livelli energetici considerati.

Conclusione

Nelle prime due parti dell'elaborato è stato illustrato il fenomeno delle meteore nelle sue varie espressioni, per poi soffermarsi sulle leggi che regolano la dinamica e la termodinamica dell'ingresso atmosferico di un corpo solido di piccole dimensioni.

La terza parte ha carattere squisitamente computazionale: per prima cosa è stata trovata la giusta funzione che descrivesse la variazione della densità atmosferica con la quota, dunque è stato possibile risolvere equazioni differenziali per descrivere la dinamica del meteoroido, evidenziando come gli urti con le molecole d'aria assumano un ruolo sempre più marcato nel tempo per via dell'incontro di strati atmosferici sempre più densi; dunque è stato effettuato un bilancio energetico tra energia impartita al corpo per urto ed energia spesa in emissione e ablazione, determinando efficacemente l'andamento della temperatura nel tempo: come previsto, i fenomeni di ablazione ed emissione, il primo necessario al verificarsi del secondo, sono legati al superamento di una soglia termica di circa 2200 K; l'ultimo passo è stato quello di determinare il rapporto tra le intensità luminose di due righe del ferro, il che ha fornito informazioni sulla popolazione dei relativi livelli energetici, portando alla luce una distribuzione di energia più uniforme negli istanti di massima attività emissiva.

L'elaborato, attraverso le sue tre sezioni, ha permesso una buona comprensione del modello termodinamico che regola il fenomeno delle meteore ed una sua immediata applicazione. Questa applicazione è stata tanto fonte di un buon esercizio computazionale quanto l'occasione per applicare quella precisa parte del *metodo sperimentale* che lega lo sforzo teorico di pervenire a leggi univoche e comprenderle alla loro applicazione ad un fenomeno reale.

Ringraziamenti

Primo, doveroso e sentito ringraziamento al Prof. Savino Longo la cui disponibilità e chiarezza sono state indispensabili per la realizzazione del presente elaborato.

Secondo importante ringraziamento a tutte le persone che, con aiuti più o meno tangibili, che vanno dal sostegno materiale degli studi al sostegno morale nell'affrontarli, fino alla semplice presenza nella mia vita, hanno reso possibili e sensati i miei traguardi.

Bibliografia

1. Z. Ceplecha, J. Borovička, W.Graham Elford, D.O.Revelle, R.L.Hawkes, V. Porubčan, M. Šimek, “*Meteor phenomena and bodies*”, Space Science Reviews, 84, 1998;
2. F.L.Whipple, “*The theory of micro-meteorites in an isothermal atmosphere Part I*”, Proceedings of the National Academy of Sciences, Vol 36, Num 12, 1950;
3. M.D.Campbell-Brown, D. Koschny, “*Model of the ablation of faint meteors*”, Astronomy&Astrophysics, 2004;
4. E.J.Opik, “*Physics of meteor flight in the atmosphere*”, New York, Interscience Publishers, 1958.