

**CALIBRAZIONE DI UNA MOLLA ELASTICA COME DINAMOMETRO –
USO DI UNA MOLLA CALIBRATA PER STUDIARE IL PRINCIPIO DI ARCHIMEDE**

Obiettivo dell'esperimento

Scopo dell'esperimento è la taratura di una molla supposta elastica e lo studio del principio di Archimede usando la molla precedentemente calibrata.

Materiale utilizzato

- Sostegno
- molla ad elica
- cestello
- bulloni
- contenitore cilindrico di plastica
- bilancia
- riga millimetrata
- calibro

CALIBRAZIONE DELLA MOLLA

Il sistema utilizzato è costituito da una molla ad elica, avente lunghezza a riposo l_0 , posta verticalmente e vincolata ad un'estremità. Quando all'estremo libero si sospende una massa m e la si lascia andare la molla si allunga sotto l'azione della forza peso che agisce sulla massa ($F_{\text{peso}} = mg$) fino a che non viene raggiunta la configurazione di equilibrio (misura in *condizioni statiche*) descritta dall'equazione:

$$\vec{F}_{\text{peso}} + \vec{F}_{\text{molla}} = 0.$$

In questa condizione la molla ha lunghezza l e la misura della forza applicata fornisce anche la misura della forza esercitata dalla molla. Variando la massa m sospesa e mettendo in relazione l'allungamento Δl subito dalla molla con la forza peso esercitata sulla massa si verifica l'elasticità della molla e si ricava la *curva di calibrazione*.

Esecuzione dell'esperimento

Fissate verticalmente la molla al sostegno e misurate la distanza l_0 tra la prima e l'ultima spira.

Misurate con la bilancia la massa m_c del cestello vuoto e quella m_b dei bulloni che avete a disposizione. Per minimizzare l'errore di misura, assumendo che tutti i bulloni abbiano la stessa massa entro i limiti di precisione della bilancia, conviene misurare la massa totale e dividerla per il numero dei bulloni.

All'estremo libero della molla sospendete dapprima il cestello vuoto, quindi, uno alla volta, aggiungete i bulloni e misurate le corrispondenti lunghezze raggiunte della molla. Riportate i dati la tabella seguente in cui m è data, ovviamente, dalla somma delle masse sospese:

Tabella 1

m (kg)	$P = mg = F_{molla}$ (N)	Lunghezza l (m)	Allungamento $\Delta l = l - l_0$ (m)
0.00	0.00	l_0	0.00
...

Valutazione dell'errore sulle misure

Si può stimare l'errore sulle masse assumendo per ciascun bullone un'incertezza pari alla sensibilità dello strumento divisa per il numero di bulloni in uso. Poiché è un'incertezza di natura strumentale e non aleatoria è un errore massimo.

L'errore sul valore dell'accelerazione di gravità può essere ritenuto trascurabile rispetto agli altri.

L'errore sulla misura della lunghezza dipende dall'incertezza con cui sono individuate le posizioni delle spire rispetto alle graduazioni. Possiamo assumere che tale incertezza sia dell'ordine della graduazione del righello. Sulla misura dell'allungamento quest'errore incide al doppio. Si tratta ancora una volta di errori massimi.

Analisi dei dati

1. Per ogni massa utilizzata calcolate il valore della forza peso agente su di essa (come valore per g utilizzate 9.81 m/sec^2) e il corrispondente allungamento subito dalla molla e riportateli nella tabella 1. Qual è la causa dell'allungamento della molla? Che cosa misura la forza peso? Perché?
2. Riportate su carta millimetrata i valori di F_{molla} in funzione di Δl . Quale relazione vi aspettate? Che cosa potete dedurre dal grafico? Con quale relazione analitica descrivereste la relazione tra le due variabili? Questa relazione sintetizza il *modello matematico* mediante il quale descriviamo il comportamento della molla soggetta a una forza applicata. Ritenete che questo modello sia valido qualunque sia la forza applicata alla molla?
3. Ricavate l'equazione che meglio descrive il vostro grafico sperimentale. Questa equazione caratterizza la vostra molla. Ricavate da essa il valore della costante elastica con il relativo errore.
4. Usate la vostra molla per misurare il peso del bullone più grande e confrontate il valore ottenuto con quello che ricavate usando la bilancia per misurare la massa.

Note

Durante l'esecuzione delle misure occorre avere cura che:

- la misura della lunghezza della molla venga effettuata senza spostare la molla dalla verticale;
- la riga sia parallela alla molla;
- la lettura della scala sia fatta in posizione corretta (cioè frontale rispetto alla riga);
- le spire di riferimento siano sempre le stesse.

STUDIO DEL PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

La molla calibrata può essere utilizzata per studiare la relazione tra il volume di un corpo immerso in un liquido e la spinta verso l'alto che quest'ultimo esercita sul corpo immerso.

Se il cestello sospeso alla molla viene immerso, fino ad una certa altezza, in un recipiente contenente acqua si osserva che l'allungamento della molla diminuisce. Questo accade perché su di esso, oltre alla forza peso ($F_{\text{peso}} = mg$) ed alla forza elastica (F'_{molla}), agisce la spinta di Archimede (F_A). La nuova condizione di equilibrio è descritta dalla relazione:

$$\vec{F}_{\text{peso}} + \vec{F}'_{\text{molla}} + \vec{F}_A = 0$$

da cui, tenendo presente i versi delle tre forze, si ricava:

$$F_A = F_{\text{peso}} - F'_{\text{molla}} = k \Delta l - k \Delta l' = k (l - l_0) - k (l' - l_0) = k (l - l').$$

Variando il livello di immersione del cestello e mettendo in relazione la variazione dell'allungamento subito dalla molla con il volume immerso nell'acqua si ottiene sperimentalmente la relazione tra volume immerso e spinta verso l'alto esercitata dal liquido.

Esecuzione dell'esperimento

Misurate con il calibro il diametro del cestello quindi caricatelo con tutti i dadi e sospendetelo all'estremo libero della molla in modo da farlo scendere nel contenitore cilindrico, ad alcuni centimetri dal fondo.

Quando il sistema è in equilibrio misurate la quota (h_0) del bordo superiore del cestello, quindi versate lentamente dell'acqua nel contenitore fino a che il livello raggiunge la prima tacca, posta ad $x = 1$ cm dalla base del cestello. Che cosa accade al cestello mentre versate l'acqua? Misurate il nuovo livello (h_1) del bordo superiore e calcolate l'accorciamento (Δh) della molla:

$$\Delta h = h_1 - h_0 = l - l'.$$

Ripetete quindi la procedura versando acqua nel contenitore fino a ricoprire volumi crescenti del cestello, corrispondenti a $x = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ cm. Ogni volta misurate la posizione del bordo superiore del cestello, calcolate l'accorciamento della molla e riportate le misure nella Tabella 2.

Tabella 2

x (m)	<i>Volume immerso</i> $V = \pi r^2 x$ (m ³)	<i>Quota (h) del bordo superiore del cestello</i> (m)	<i>Accorciamento</i> $\Delta h = h - h_0$ (m)	<i>Spinta di Archimede</i> $F_A = k \Delta h$ (N)
0.00	0.00	h_0	0.00	0.00
0.01
0.02				
0.03				
0.04				
...				

Valutazione dell'errore sulle misure

L'errore sulla misura di x è determinato dallo spessore della tacca e si può assumere dell'ordine del millimetro.

L'errore sulla misura della quota dipende dall'incertezza con cui è individuata la posizione del bordo superiore del cestello rispetto alla graduazione del righello. Si può assumere dell'ordine del millimetro. Sulla misura dell'accorciamento quest'errore incide al doppio.

In tutti i casi si tratta di errori massimi

Analisi dei dati

1. Per ogni valore di x calcolate il volume V immerso e riportatelo nella tabella 2. Qual è la causa dell'accorciamento della molla?
2. Calcolate il valore della spinta di Archimede e riportatelo nella tabella 2.
3. Riportate su carta millimetrata i valori di F_A in funzione di V . Che tipo di relazione tra le due variabili vi suggerisce il grafico?
4. Dalla relazione che esprime la spinta di Archimede F_A in funzione del Volume V del corpo immerso e della densità ρ_f del fluido ($F_A = \rho_f g V$) ricavate il valore della densità dell'acqua con il relativo errore.

Note

Quando si versa l'acqua nel cilindro grande occorre avere cura che non si formino bolle d'aria sotto la base del cestello. Se questo accade, prima di misurare a quale altezza si è portato il bordo superiore, inclinate lateralmente il cestello in modo da eliminarle.