

STUDIO DEL MOTO DI UN CARRELLO LUNGO UNA GUIDA INCLINATA

Questo esperimento si propone di studiare le caratteristiche del moto di un carrello lungo una rotaia inclinabile analizzando l'andamento delle variabili *posizione*, *velocità* e *accelerazione* in funzione del tempo, sia durante la discesa sia durante la salita. Da questa analisi si potranno avere informazioni sulla forza di attrito agente sul carrello e ricavare la misura della accelerazione dovuta alla sola gravità.

Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale è mostrato in figura ed è costituito da:

- rotaia piana inclinabile;
- carrello;
- sensore di posizione a ultrasuoni montato sull'estremità della rotaia posta più in alto;
- interfaccia per l'acquisizione on line dei dati;
- computer;
- alcuni blocchetti di alluminio utilizzati per inclinare la rotaia;
- riga
- calibro



Descrizione dell'esperimento

L'equazione del moto del carrello lungo la rotaia, considerando trascurabile la resistenza dell'aria, è data da:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} \quad (1)$$

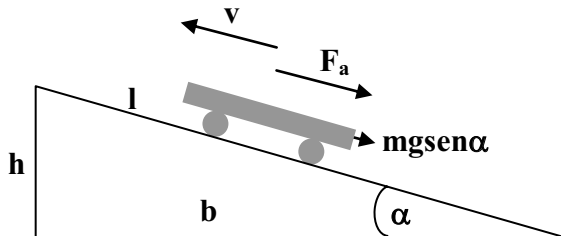
essendo m la massa del carrello, \vec{a} la sua accelerazione, \vec{P} la forza peso ed \vec{R} è la reazione vincolare agente su di esso (somma vettoriale della normale alla guida e della forza di attrito).

Poiché le ruote sono libere di rotolare il moto del carrello è soggetto anche ad attrito volvente tra ruote e rotaia e ad attrito dinamico tra asse delle ruote e innesto dell'asse sul corpo del carrello. Entrambi si manifestano come una coppia di forze che agisce su ogni ruota. Se il moto di rotazione delle ruote può essere trascurato (come nel nostro caso) il carrello è assimilabile ad una

massa puntiforme che si muove parallelamente alla rotaia. con accelerazione (a_s) durante la salita diversa da quella (a_d) durante la discesa. Infatti, facendo riferimento alle figure sotto riportate, dall'equazione (1) si ricava:

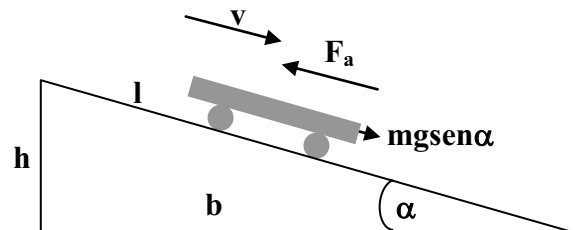
Moto in salita

$$ma_s = mgsen\alpha + F_a = mgsen\alpha + \mu mg \cos \alpha$$



Moto in discesa

$$ma_d = mgsen\alpha - F_a = mgsen\alpha - \mu mg \cos \alpha$$



da cui:

$$a_s = gsen\alpha + \mu g \cos \alpha$$

$$a_d = gsen\alpha - \mu g \cos \alpha .$$

Sommando membro a membro si ottiene: $a_s + a_d = 2gsen\alpha .$ (2)

Sottraendo, invece: $a_s - a_d = 2\mu g \cos \alpha .$ (3)

Misurando a_s , a_d e α e ricordando che

$$sen \alpha = \frac{h}{l}$$

$$cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{h^2}{l^2}}$$

dalla (2) si ricava facilmente il valore dell'accelerazione per il moto in assenza di attrito e dalla (3) si ricava il valore di μ .

Esecuzione dell'esperimento e analisi dei dati

Dopo aver montato la rotaia in modo che una estremità sia sopraelevata rispetto all'altra si lascia scendere il carrello. Quando il carrello raggiunge l'estremità della rotaia posta in basso urta contro il respingente fisso, la molla viene compressa e successivamente rilasciata. Il carrello così risale lungo la rotaia e poi ridiscende compiendo una serie di rimbalzi fino a che la sua velocità si annulla. Il sensore di moto, montato sull'estremità più in alto della rotaia, emette brevi impulsi di ultrasuoni - in un cono di apertura $15^\circ - 20^\circ$ attorno all'asse centrale - e misura il tempo che impiegano tali impulsi ad andare e tornare dopo essere stati riflessi dall'oggetto più vicino. Usando questo tempo e conoscendo la velocità del suono nell'aria si determina la distanza del carrello.

Tramite un'interfaccia i dati relativi al tempo impiegato dagli impulsi di ultrasuoni ad andare e tornare dopo essere stati riflessi sono inviati al computer che li registra mediante un software di acquisizione e li analizza per ricavare la posizione del carrello e la sua velocità. Posizione e velocità sono così tabulate in funzione del tempo e rappresentate graficamente.

Il sensore è in grado di misurare distanze comprese tra 40 cm e 6 m, con la risoluzione di 1 mm.

Per evitare interferenze che falserebbero le misure occorre fare in modo che nel cono di emissione del sensore non ci siano altri oggetti oltre il carrello.

Con l'aiuto di una livella a bolla verificate che la rotaia sia perfettamente orizzontale, sia in direzione longitudinale, sia in direzione trasversa, regolando, se necessario, i piedini. Quindi

incline la rotaia utilizzando i blocchetti di alluminio di cui disponete in modo da sopraelevare l'estremità su cui è posizionato il sensore di moto.

Con il calibro misurate le altezze h_1 ed h_2 a cui si trovano le due estremità della rotaia con il relativo errore. Calcolando la differenza $h = h_1 - h_2$ ottenete il dislivello a cui è posta la rotaia e potete così ricavare l'angolo α di inclinazione. Stimare l'errore percentuale sulla misura dell'angolo dovuto alla sensibilità degli strumenti. Date le dimensioni della rotaia e del dislivello si può assumere $\sin \alpha \approx \alpha$, Di che errore si tratta?

Utilizzando la livella verificate che i due piedini sopraelevati si trovino alla stessa altezza e accertatevi che il sensore di moto sia orientato correttamente posizionando il carrello in due o tre punti della rotaia posti a diversa distanza e verificando che il sensore ne legga correttamente la posizione. Infine misurate la massa m del carrello con la bilancia digitale.

Avviate il programma di acquisizione "**Carrello**" e fate scendere il carrello lungo la rotaia. Il carrello, dopo aver urtato il respingente, rimbalzerà in salita per poi ridiscendere nuovamente. Cercate di far partire il carrello da un'altezza tale da poter osservare chiaramente almeno 3 o 4 rimbalzi.

Osservate i grafici della posizione e della velocità in funzione del tempo. Che informazioni potete trarne circa il moto del carrello? Dal grafico come vi accorgete che il carrello ha urtato il respingente? Di che tipo di urto si tratta? Da che cosa lo deducete?

Fate partire il carrello da altezze diverse e registratene il moto. Che conclusioni potete trarne?

Utilizzando il software di acquisizione calcolate la retta di regressione del grafico velocità - tempo per i primi 3 rimbalzi. Che cosa misura la pendenza della retta? La retta di regressione è la stessa in salita e in discesa? Perché? Calcolate il valor medio delle pendenze con i relativi errori, quindi ricavate a_s e a_d sempre con i rispettivi errori.

Ripetete la misura 10 - 15 volte e poi calcolate la media pesata con l'errore di a_s e a_d .

Dalla relazione (2) ricavate il valore dell'accelerazione che avrebbe il carrello se non ci fosse l'attrito e confrontatelo con il valore atteso. Che conclusione traete? Si può ritenere adeguata la schematizzazione del moto del carrello in termini di moto di un punto materiale?

Infine, dalla relazione (3) calcolate il valore del coefficiente di attrito μ con il suo errore.

Procedura per l'acquisizione dei dati.

1. Avviate il programma **Carrello**
2. Avviate l'acquisizione cliccando sul bottone **Collect**
3. Lanciate il carrello in salita
4. Fermate l'acquisizione cliccando sul bottone **Stop**
5. Il programma rappresenterà automaticamente in un grafico la posizione del carrello e la sua velocità in funzione del tempo. Tenendo premuto il tasto sinistro del mouse selezionate il tratto del grafico velocità - tempo da analizzare, quindi nel menu **Analyze** selezionate **Linear fit**. Il programma vi visualizzerà la retta di interpolazione con i parametri calcolati.
6. Prima di riavviare la misura cancellate il fit cliccando sulla crocetta in alto a sinistra nel riquadro in cui sono visualizzati i parametri della retta.