

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI ALDO MORO
ANNO ACCADEMICO 2015/2016
DIPARTIMENTO INTERATENEO DI FISICA

**Programma preventivo dell'insegnamento di GEOMETRIA
per l'Anno Accademico 2016/2017**

Corso di Laurea Triennale in FISICA

SSD insegnamento: MAT/03 (Geometria)

CFU 9 - ore lezione 56 - ore eserc. 30 - ore labor. 0

Finalità del corso: Acquisizione del linguaggio e delle tecniche dell'algebra lineare, finalizzati alla risoluzione di problemi specifici dell'algebra lineare, e allo studio delle nozioni di base della geometria affine ed Euclidea.

Contenuti del corso:

Elementi di teoria degli insiemi. Unione e intersezione di insiemi, insieme complementare, insieme delle parti. Coppie ordinate e n -ple ordinate. Prodotto cartesiano di insiemi. Relazione tra due insiemi. Relazioni d'ordine. Relazioni di equivalenza, classi di equivalenza e insieme quoziente. Relazioni funzionali e applicazioni. Immagine diretta e immagine reciproca. Applicazioni surgettive, iniettive e biettive. Composizione di applicazioni. Applicazioni invertibili e applicazione inversa.

Leggi di composizione. Legge di composizione interna su un insieme. Associatività, commutatività ed elemento neutro. Elementi simmetrizzabili di un monoide. Gruppi. Insieme chiuso rispetto ad una legge di composizione interna. Sottogruppo di un gruppo. Omomorfismi di gruppi, nucleo e caratterizzazione di omomorfismi iniettivi. Anelli. Campi e sottocampi. Campo dei numeri complessi. Rappresentazione algebrica dei numeri complessi. Coniugato e modulo di un numero complesso. Anello dei polinomi a coefficienti in un campo nella indeterminata x . Proprietà dei polinomi.

Spazi vettoriali. Spazi vettoriali, proprietà ed esempi. Sottospazio intersezione, somma e somma diretta. Sottospazio supplementare. Combinazione lineare di vettori. Sottospazio vettoriale generato da n vettori. Spazi vettoriali finitamente generati e sistemi di generatori. Vettori linearmente dipendenti e vettori linearmente indipendenti. Basi. Componenti di un vettore rispetto ad una base. Teorema di esistenza di basi: metodo degli scarti successivi. Dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato. Dimensione di sottospazi vettoriali. Teorema di completamento della base. Identità di Grassmann.

Matrici e sistemi lineari. Spazio vettoriale delle matrici a m righe e n colonne a coefficienti in un campo. Matrice trasposta. Matrici quadrate, simmetriche, antisimmetriche, diagonali, scalari. Traccia di una matrice quadrata. Prodotto righe per colonne tra matrici. Determinante di una matrice quadrata. Teorema di Binet e proprietà del determinante. Matrici invertibili e matrice inversa. Il gruppo $GL(n, \mathbb{K})$ e suoi sottogruppi. Matrici

ortogonali. Rango di una matrice. Teorema degli orlati. Matrice associata ad un sistema di vettori rispetto ad una base. Matrice di passaggio tra basi. Sistemi lineari di m equazioni in n incognite a coefficienti in un campo \mathbb{K} . Sistemi di Cramer. Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi lineari omogenei. Metodo generale di risoluzione per i sistemi lineari.

Applicazioni lineari. Applicazioni lineari tra spazi vettoriali. Caratterizzazione e proprietà. Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Caratterizzazioni di applicazioni lineari surgettive e applicazioni lineari ingettive. Teorema di esistenza e unicità per applicazioni lineari. Isomorfismi. Matrici associate ad un'applicazione lineare. Autovettori, autovalori e autospazi di un endomorfismo. Endomorfismi diagonalizzabili: definizione e caratterizzazione. Matrici simili. Matrici diagonalizzabili. Polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore. Criterio di diagonalizzabilità degli endomorfismi.

Spazi vettoriali Euclidei. Orientazione di uno spazio vettoriale reale. Spazi vettoriali Euclidei. Prodotto scalare. Prodotto scalare standard su \mathbb{R}^n . Norma di un vettore. Angolo convesso tra due vettori non nulli. Vettori paralleli. Vettori ortogonali. Insiemi di vettori ortogonali. Basi ortonormali. Matrice di passaggio tra basi ortonormali. Teorema di Gram-Schmidt. Complemento ortogonale di un sottospazio vettoriale. Prodotto vettoriale in uno spazio vettoriale Euclideo di dimensione 3. Prodotto misto. Operatori unitari: definizione, caratterizzazioni ed esempi. Relazione tra operatori unitari e matrici ortogonali. Operatori simmetrici. Relazione tra operatori simmetrici e matrici simmetriche. Polinomio caratteristico di una matrice simmetrica reale. Teorema spettrale.

Spazi affini. Spazio affine associato ad uno spazio vettoriale. Spazio affine numerico. Riferimento affine e sistema coordinato associato. Sottospazi affini e loro giacitura. Sottospazio affine generato da k punti. Punti affinementemente indipendenti. Equazioni parametriche di un sottospazio affine. Equazioni cartesiane di un sottospazio affine. Sottospazi affini paralleli. Sottospazi sghembi e sottospazi incidenti. Sottospazio intersezione. Equazioni del cambiamento di riferimento. Orientazione di uno spazio affine reale.

Geometria affine in un piano. Assi coordinati. Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di una retta. Parametri direttori di una retta. Rette parallele e rette incidenti. Fascio proprio e fascio improprio di rette.

Geometria affine in uno spazio di dimensione 3. Assi e piani coordinati. Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di un piano. Equazioni parametriche e cartesiane di una retta. Parametri direttori di una retta. Parallelismo tra rette. Parallelismo tra retta e piano. Parallelismo tra piani. Rette complanari e rette sghembe. Fascio proprio e fascio improprio di piani.

Spazi Euclidei. Spazio Euclideo associato ad uno spazio vettoriale Euclideo. Riferimenti cartesiani e coordinate cartesiane. Equazioni del cambiamento di riferimento. Distanza tra due punti. Angolo convesso tra due rette. Rette ortogonali.

Geometria Euclidea in un piano. Rette ortogonali e distanza di un punto da una retta.

Geometria Euclidea in uno spazio di dimensione 3. Ortogonalità tra due rette, ortogonalità tra retta e piano, ortogonalità tra due piani. Distanza punto-piano. Distanza punto-retta. Minima distanza tra rette sghembe. Equazione di una sfera.

Isometrie di uno spazio Euclideo di dimensione n . Definizione, caratterizzazione e proprietà geometriche delle isometrie. Equazioni di una isometria rispetto ad un riferimento

cartesiano. Esempi: traslazioni e rotazioni.

Coniche Euclidee. Equazione di una conica in un riferimento cartesiano. Riduzione in forma canonica di una conica Euclidea. Cenni alle quadriche Euclidee.

Contenuti del corso (in lingua inglese)

Basic notions on set theory. Vector spaces. Matrices and systems of linear equations. Linear maps. Euclidean vector spaces. Affine spaces. Euclidean spaces.

Bibliografia

A. Facchini, Algebra e Matematica Discreta, Zanichelli

E. Sernesi, Geometria 1, Bollati Boringhieri

E. Abbena, A.M. Fino, G.M. Gianella, Algebra lineare e geometria analitica, Aracne

Modalità espletamento prova di esame: esame orale

E-mail del docente e/o suoi collaboratori:

Dott.ssa Giulia Dileo (docente del corso) giulia.dileo@uniba.it

Dott.ssa Donatella Iacono (esercitazioni) donatella.iacono@uniba.it

Ricevimento studenti:

stanza n.35, II piano, Dipartimento di Matematica; ricevimento su appuntamento da concordare per e-mail. A inizio semestre (Settembre 2016) sarà definito un orario di ricevimento settimanale.