

Programma di Analisi Matematica I

a.a. 2016/17 - prof.ssa B. Lisena

Laurea in Fisica

- I NUMERI REALI E LE FUNZIONI REALI

Gli assiomi dei numeri reali. Proprietà delle disuguaglianze. Cenni di logica e di teoria degli insiemi. Numeri naturali, interi, razionali. Principio di induzione. Binomio di Newton. La retta reale. Intervalli. Valore assoluto. Funzioni reali. Il piano cartesiano. Grafico di una funzione. Funzioni iniettive, surgettive e bigettive. Funzione composta e funzione inversa. Funzione restrizione. Funzioni monotone. **Invertibilità delle funzioni strettamente monotone.** Maggioranti, minoranti, estremo superiore e inferiore, massimo e minimo di insiemi e di funzioni. Insiemi infiniti e numerabili. Funzioni elementari. Disequazioni.

- LIMITI DI FUNZIONI

Punti di accumulazione. L'insieme dei numeri reali ampliato. Limite di funzione. **Unicità del limite. Permanenza del segno. Teorema dei carabinieri.** Operazioni con i limiti. Teoremi di confronto. **Limite della funzione composta. Limite delle funzioni monotone.** Forme indeterminate. Limite da destra e da sinistra. **Limite nella forma $l/0$.** Limiti delle funzioni elementari. **Limiti notevoli.** Il numero di Nepero. Infinitesimi ed infiniti e relative proprietà.

- SUCCESSIONI

Nozioni generali. Limiti di successioni e relative proprietà. Teorema dei carabinieri. **Ogni successione convergente è limitata. Prodotto di una successione infinitesima e di una limitata. Successioni monotone e relativo teorema.** **Successioni e funzioni continue. Limite di funzioni tramite successioni. Non esistenza del limite.** Successioni ricorsive.

- FUNZIONI CONTINUE

Funzioni continue in un punto e proprietà. Punti di discontinuità. Funzioni continue su intervalli. **Teorema degli zeri.** Teorema di Weierstrass. **Teorema dei valori intermedi e sua conseguenza.** Continuità della funzione inversa. Continuità delle funzioni elementari. Uniforme continuità. **Funzioni lipschitziane e uniforme continuità.** Condizione necessaria. Teorema di Cantor.

- CALCOLO DIFFERENZIALE

Retta tangente. Funzioni derivabili. **Continuità delle funzioni derivabili.** Regole di derivazione. **Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Derivata delle funzioni elementari.** Massimi e minimi relativi. **Teorema di Fermat.** **Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange e sue conseguenze. Criterio per l'uniforme continuità. Criterio di monotonia.** Primo criterio per massimi e minimi relativi. Teorema di de L'Hospital e **relativo criterio di derivabilità.**

Derivata di ordine superiore. **Secondo criterio per punti di massimo e minimo relativo.** Polinomio di Taylor. **Formula di Taylor con resto di Peano. Formula di Taylor con resto di Lagrange. Criterio generale per massimi e minimi relativi.** Funzioni convesse e concave. Punti di flesso. **Criterio di convessità.** Funzioni iperboliche. Studio del grafico di una funzione reale.

- NUMERI COMPLESSI

I numeri complessi in forma algebrica e relative operazioni. Forma trigonometrica. Potenza ennesima. **Radici ennesime.** Formula di Eulero.

- INTEGRAZIONE

Partizione di un intervallo. Somme integrali. Integrabilità secondo Riemann. Significato geometrico. Proprietà dell'integrale. **Integrabilità delle funzioni continue.** Somme integrali di Riemann. **Integrale come limite.** Integrale definito. **Teorema della media integrale.** Funzione integrale e **teorema fondamentale del calcolo integrale.** Primitive e **proprietà.** **Formula fondamentale del calcolo integrale.** Integrale indefinito. Integrazione per parti e per sostituzione. Applicazioni dell'integrale definito. Integrali impropri su intervalli illimitati. Criterio del confronto e dell'ordine di infinitesimo. Integrali impropri per funzioni non limitate.

- SERIE NUMERICHE

Nozioni generali. Carattere di una serie. **Serie geometrica.** Operazioni con le serie. **Condizione necessaria di convergenza. Serie armonica.** Serie a termini positivi e **teorema fondamentale.** Criterio del confronto. **Criterio del confronto asintotico. Criterio dell'integrale e serie armonica generalizzata.** Criterio del rapporto e della radice. Convergenza assoluta. **La convergenza assoluta implica la convergenza.** Serie a segni alterni e criterio di Leibniz.

- EQUAZIONI DIFFERENZIALI (prime nozioni)

Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Metodo di variazione delle costanti. Problema dei valori iniziali. Equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti. Teorema di esistenza ed unicità. **Teorema sull'integrale generale dell'equazione omogenea. Integrale generale dell'equazione completa.** Metodo di somiglianza.

E' richiesta la dimostrazione dei teoremi scritti in grassetto

Testi di riferimento

M.Bertsch, R.Dal Passo, L.Giacomelli *Analisi Matematica* Ed. Mc Graw-Hill

C.Pagani, S.Salsa *Analisi Matematica I*, Ed. Zanichelli

P.Marcellini, C.Sbordone *Esercitazioni di Matematica vol I*, Liguori Editore