

## GEOMETRIA

Per il corso di Laurea in Fisica

Prof.ssa Oriella Maria Amici

PREREQUISITI: Le conoscenze di matematica di base abitualmente impartite nella Scuola Secondaria.

OBIETTIVI FORMATIVI: Vengono trattati gli spazi vettoriali reali e complessi di dimensione finita, le applicazioni lineari, gli spazi affini, metrici, proiettivi e le coniche. Gli argomenti trattati tendono a far acquisire agli studenti l'abilità di formalizzare e risolvere i relativi problemi.

### PROGRAMMA:

#### Teoria degli insiemi

Insiemi, intersezione, unione, complementare, coppie ordinate, prodotto cartesiano, relazioni, relazioni di equivalenza e proprietà delle classi di equivalenza, insieme quoziente, partizioni, relazioni di ordine e ordine totale, principio di induzione, relazioni funzionali, applicazioni, applicazioni iniettive, surgettive, bigettive.

#### Strutture algebriche

Leggi di composizione interna, strutture algebriche, semigrupperi, monoidi, gruppi, potenze e multipli in un monoide e in un gruppo, sottogruppi e proprietà elementari, omomorfismi tra monoidi e tra gruppi, nucleo ed immagine di un omomorfismo, anelli, corpi, campi, divisori dello zero e domini di integrità (definizioni e proprietà elementari).

#### Matrici e sistemi di equazioni lineari

Definizione di matrice, trasposta di matrice, operazioni tra matrici e loro proprietà, matrice inversa, matrici invertibili e proprietà, determinante di una matrice quadrata, teoremi di Laplace, proprietà dei determinanti, teorema di Binet, rango di una matrice, teorema degli orlati (o di Kronecker).

Equazioni lineari in più incognite, generalità sui sistemi lineari, sistemi omogenei, sistemi lineari equivalenti, teorema di Cramer, teorema di Rouché-Capelli.

#### Algebra lineare

Spazi vettoriali ed esempi, combinazioni lineari di vettori e loro proprietà, sottospazi vettoriali, sottospazio generato da una parte, sottospazio intersezione, sottospazio somma, sottospazio somma diretta, sottospazi supplementari, sistemi di generatori, famiglie libere, basi, spazi vettoriali di dimensione finita e loro proprietà, spazi vettoriali non fintamente generati, sottospazi vettoriali, basi dei sottospazi, sottospazio intersezione, sottospazio somma, sottospazio somma diretta, relazione di Grassmann, applicazioni lineari, isomorfismi lineari e loro proprietà, cambiamento di base.

#### Autovalori e autospazi

Matrici simili, autovalori, autovettori, autospazi di una matrice quadrata, l'equazione caratteristica, teorema di Cayley-Hamilton, diagonalizzazione di una matrice.

#### Spazi vettoriali reali

Orientamento, prodotti scalari, ortogonalità, basi e loro proprietà, operatori unitari, angoli tra vettori e loro determinazione.

#### Spazi vettoriali complessi

Ampliamenti complessi degli spazi vettoriali reali ed estensione delle applicazioni lineari, sottospazi reali.

### Spazi affini

Definizione e proprietà elementari, sistemi di riferimento, sistemi coordinati, sottospazi, rette, piani, iperpiani, parallelismo tra sottospazi e proprietà relative, sottospazio intersezione, sottospazio congiungente, equazione parametrica dei sottospazi, equazioni delle rette in un piano e in uno spazio tridimensionale.

### Spazi metrici

Riferimenti metrici, ortogonalità dei sottospazi affini e relative proprietà, angolo fra due rette e sua determinazione, angoli fra piani, angoli fra rette e piani nello spazio tridimensionale, rette sghembe, retta di minima distanza e minima distanza.

### Spazi affini complessi

Definizione e proprietà degli ampliamenti complessi degli spazi affini reali e degli spazi metrici.

### Spazi proiettivi

Definizione e proprietà elementari, sottospazi, rette e piani, equazioni, immersione di uno spazio affine in uno spazio proiettivo, trasformazione delle equazioni relative a questo passaggio, il caso degli spazi affini reali e dei loro ampliamenti complessi.

### Coniche

Proprietà proiettive: matrice e rango di una conica, polare, polarità rispetto ad una conica non degenera, tangenti, punti coniugati e rette coniugate rispetto ad una conica, triangolo autopolare rispetto ad una conica, fasci di coniche .

Proprietà affini: centri e diametri, parabole, ellissi, iperboli e loro equazioni canoniche, qualche ulteriore proprietà affine.

Proprietà metriche: rette isotrope e punti ciclici, circonferenze, assi, vertici, fuochi di una conica, proprietà focali delle coniche.

### Testi di riferimento

A. Facchini, Algebra e Matematica Discreta, Decibel

E. Sernesi, Geometria 1, Ed. Bollati Boringhieri, 1989

M. Stoka, Corso di Geometria, Cedam