

**Programma di Analisi Matematica II (8 CFU)**  
**Laurea triennale in Fisica – a. a. 2014-15**  
**Prof.ssa Benedetta Lisena**

**SPAZI METRICI**

Distanza. Lo spazio metrico  $\mathbf{R}^n$  e  $C([a,b])$ . Intorno sferico. Insiemi aperti. Successioni convergenti e di Cauchy. Funzioni continue tra spazi metrici e **proprietà**. Spazi metrici completi. **Il teorema delle contrazioni**.

**FUNZIONI DI PIU' VARIABILI**

*Limiti e continuità*

Lo spazio vettoriale reale n-dimensionale. Modulo, distanza e prodotto scalare. Elementi di topologia. Intorno sferico. Punti interni, esterni e di frontiera. Insiemi aperti, chiusi, limitati e compatti. Limiti e continuità e teoremi relativi. Calcolo dei limiti. Limite lungo una retta e in coordinate polari.

*Calcolo differenziale*

Derivate parziali e derivate direzionali. Funzioni differenziabili e **loro proprietà**. **Formula del gradiente. Teorema del differenziale totale**. Piano tangente. Teorema di derivazione della funzione composta. **Teorema di Lagrange**. Aperti connessi. **Teorema sulle funzioni a gradiente nullo**. Integrali dipendenti da parametro. Derivazione sotto il segno di integrale. Derivate di ordine superiore. Teorema di Schwartz. Matrice hessiana. **Formula di Taylor** ( di ordine 2 ). Punti di massimo e minimo relativo. Punti critici e punti di sella. **Condizione necessaria**. Forme quadratiche e autovalori. **Condizione sufficiente. Test delle derivate parziali seconde**.

**FUNZIONI A VALORI VETTORIALI**

Limite e continuità. Derivata e integrale di funzioni di una variabile a più componenti. Campi vettoriali. Derivata direzionale e differenziabilità. Matrice jacobiana. Teorema di differenziabilità della funzione composta. Divergenza, rotore e laplaciano.

**CURVE PARAMETRICHE E INTEGRALI CURVILINEI**

*Curve*

Nozioni generali. Curve semplici, regolari e regolari a tratti. Cambiamento di parametro e curve equivalenti. Curve rettificabili. **Lunghezza di una curva regolare. Invarianza rispetto a cambiamenti di parametro**. Integrali curvilinei di prima specie e relative proprietà.

*Forme differenziali e integrali curvilinei di seconda specie*

Integrale curvilineo di un campo vettoriale. Integrale curvilineo di forme differenziali e proprietà. Forme differenziali chiuse ed esatte. Funzione potenziale. **Calcolo dell'integrale curvilineo di una forma differenziale esatta**. Caratterizzazione delle forme differenziali esatte. Aperti semplicemente connessi. **Legame tra forme**

**differenziali chiuse e esatte.** Metodi per determinare un potenziale. Campi vettoriali conservativi e irrotazionali.

## FUNZIONI IMPLICITE ED ESTREMI VINCOLATI

### *Funzioni implicite*

**Teorema del Dini per funzioni di due variabili.** Retta tangente al grafico della funzione implicita. Caso delle funzioni di tre variabili. Piano tangente.

### *Massimi e minimi vincolati*

Nozioni generali. **Teorema del moltiplicatore di Lagrange.** Determinazione del massimo e minimo vincolato con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Massimo e minimo assoluto.

## INTEGRALI MULTIPLI

### *Misura e integrale in più variabili*

Misura secondo Peano-Jordan. Misura degli intervalli, plurintervalli, insiemi limitati e non limitati. Caratterizzazioni degli insiemi limitati misurabili. Funzioni integrabili secondo Riemann. Criterio di integrabilità. Integrabilità delle funzioni quasi ovunque continue.

### *Integrali doppi*

Domini semplici e formule di riduzione. **Integrabilità delle funzioni continue.** **Significato geometrico dell'integrale.** Proprietà dell'integrale. Cambiamento di variabili. Coordinate polari. Integrali impropri. **Formule di Gauss-Green.** **Area di domini regolari.**

### *Integrali tripli*

Formule di riduzione. Integrazione per strati. Volume di un solido di rotazione. Cambiamento di variabili in coordinate cilindriche o sferiche.

## SUPERFICI E INTEGRALI DI SUPERFICIE

Prodotto vettoriale. Superfici parametriche nello spazio. Esempi. Superfici regolari. Piano tangente. Area di una superficie regolare. **Area di superfici di rotazione.** Integrale di superficie di una funzione. Superfici orientate. Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie. Teorema della divergenza (o di Gauss). Teorema di Stokes (o del rotore).

### *Testi consigliati*

M.BERTSCH, R.DAL PASSO, L.GIACOMELLI *Analisi Matematica*  
Mc Graw-Hill, 2007

M.FUSCO, P.MARCELLINI, C.SBORDONE *Analisi Matematica due*  
Liguori Editore, 2001

N.FUSCO, P.MARCELLINI, C.SBORDONE *Esercitazioni di Analisi Matematica,*  
*vol.2*  
Liguori Editore, 1989

S.SALSA, A.SQUELLATI *Esercizi di Analisi Matematica 2* Masson, 1996

R. ADAMS, C.ESSEX *Calcolo differenziale 2*, Casa Editrice Ambrosiana, 2014

