

Programma di Elementi di Metodi Matematici della Fisica

Laurea in Fisica

Prof. Paolo Facchi

1. Funzioni di variabile complessa

Richiami sul campo dei numeri complessi. Funzioni di variabile complessa, derivabilità. Funzioni olomorfe. Regole di derivazione ed esempi. Serie di potenze nel campo complesso. Le funzioni olomorfe elementari. Integrali curvilinei nel campo complesso, teorema integrale di Cauchy, teorema dei residui, formula integrale di Cauchy. Esempi ed applicazioni. Serie di Taylor e sviluppabilità locale delle funzioni olomorfe. Zeri delle funzioni olomorfe. Funzioni polidrome, rami e punti di diramazione: logaritmo e potenze generiche nel campo complesso. Sviluppo di Laurent in una corona circolare ed in un intorno di un punto singolare isolato. Poli, singolarità essenziali, singolarità eliminabili. Il punto infinito, estensione del teorema dei residui. Esempi. Applicazioni dei teoremi dei residui al calcolo di integrali reali.

2. Integrale di Lebesgue

Lo spazio $C_0(\mathbb{R})$ delle funzioni continue a supporto compatto in \mathbb{R} . L'integrale di Lebesgue in \mathbb{R} . Operazioni di limite nell'integrazione di Lebesgue. Misura di sottoinsiemi di \mathbb{R} . L'integrale di Lebesgue in \mathbb{R}^d ($d \geq 2$). Gli spazi $L^1(\mathbb{R}^d)$ e $L^2(\mathbb{R}^d)$. Spazi di Banach e di Hilbert. Lo spazio $L^1_{\text{loc}}(\mathbb{R}^d)$. Operatori lineari. Immagine e spazio nullo. Operatore inverso e inverso di un prodotto. Operatori lineari limitati. Continuità e limitatezza. Teorema dell'estensione lineare limitata.

3. Distribuzioni

Lo spazio $C_0^\infty(\mathbb{R}^d)$ e la nozione di distribuzione. Esempi di distribuzioni. Distribuzioni regolari e singolari. Differenziazione delle distribuzioni. Esempi.

4. Trasformata di Fourier

La trasformata di Fourier e le sue proprietà. Lo spazio $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ delle funzioni a decrescenza rapida e la trasformata di Fourier. Distribuzioni temperate e trasformata di Fourier. La trasformata di Fourier in $L^2(\mathbb{R})$. Trasformata di Fourier in più variabili. Convoluzione. Applicazioni: equazione di Helmholtz, equazione di diffusione, equazione di Schrödinger. Convergenza distribuzionale: esempi.

Riferimenti bibliografici

- [1] M. Greco, *Complementi di analisi*, Liguori, Napoli, 1983.
- [2] C. Presilla, *Elementi di analisi complessa. Funzioni di una variabile*, Springer Verlag, Berlino, 2011.
- [3] R. Strichartz, *A guide to distribution theory and Fourier transforms*, World Scientific, Singapore, 2003.
- [4] Dispense del corso, disponibili alla pagina web
<http://www.ba.infn.it/~facchi/Sito/Lectures.html>