

# Programma di Analisi Matematica I

a.a. 2012/13 - prof.ssa B. Lisena  
Laurea in Fisica ( triennale )

## - I NUMERI REALI E LE FUNZIONI REALI

Gli assiomi dei numeri reali. Proprietà delle disuguaglianze. Cenni di logica e di teoria degli insiemi. Numeri naturali, interi, razionali. Principio di induzione. La retta reale. Intervalli. Valore assoluto. Funzioni reali. Il piano cartesiano. Grafico di una funzione. Funzioni iniettive, surgettive e bigettive. Funzione composta e funzione inversa. Funzioni monotone. **Invertibilità delle funzioni strettamente monotone.** Maggioranti, minoranti, estremo superiore e inferiore, massimo e minimo di insiemi e di funzioni. Insiemi infiniti. Funzioni elementari. Disequazioni.

## - LIMITI DI FUNZIONI

Intorni e punti di accumulazione. L'insieme dei numeri reali ampliato. Limite di funzione. **Unicità del limite. Permanenza del segno. Teorema dei carabinieri.** Operazioni con i limiti. Teoremi di confronto. **Limite della funzione composta. Limite delle funzioni monotone.** Forme indeterminate. Limite da destra e da sinistra. **Limiti nella forma  $L/0$ .** Limiti delle funzioni elementari. **Limiti notevoli.** Il numero di Nepero. Infinitesimi ed infiniti.

## - SUCCESSIONI

Nozioni generali. Limiti di successioni e relative proprietà. Teorema dei carabinieri. **Ogni successione convergente è limitata. Prodotto di una successione infinitesima e di una limitata. Successioni monotone e relativo teorema. Successioni e funzioni continue. Limite di funzioni tramite successioni.** Non esistenza del limite.

## - FUNZIONI CONTINUE

Funzioni continue in un punto e proprietà. Punti di discontinuità. Funzioni continue su intervalli. **Teorema degli zeri.** Teorema di Weierstrass. **Teorema dei valori intermedi e sua conseguenza.** Continuità della funzione inversa. Continuità delle funzioni elementari. Uniforme continuità. Funzioni Lipschitziane. Teorema di Cantor.

## - CALCOLO DIFFERENZIALE

Retta tangente. Funzioni derivabili. **Continuità delle funzioni derivabili.** Derivata destra e sinistra. Regole di derivazione. **Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Derivata delle funzioni elementari.** Massimi e minimi relativi. **Teorema di Fermat. Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange e sue conseguenze. Criterio per l'uniforme continuità.** Criterio di monotonia. Primo criteri per massimi e minimi relativi. Teorema di de L'Hospital e **relativo criterio di derivabilità.** Derivata di ordine superiore. Polinomio di Taylor. **Teorema di**

**Peano. Formula di Taylor con resto di Lagrange. Criterio generale per massimi e minimi relativi.** Funzioni convesse e concave. Punti di flesso. **Criterio di convessità.** Studio del grafico di una funzione reale.

- NUMERI COMPLESSI

I numeri complessi in forma algebrica e relative operazioni. Forma trigonometrica. Potenza ennesima. **Radici ennesime.** Formula di Eulero.

- INTEGRAZIONE

Partizione di un intervallo. Somme integrali. Integrabilità secondo Riemann. Significato geometrico. Proprietà dell'integrale. Somme integrali di Riemann. **Integrale come limite.** Integrale definito. **Integrabilità delle funzioni continue.** **Teorema della media integrale.** Funzione integrale e **primo teorema fondamentale del calcolo integrale.** Primitive e **proprietà.** **Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale.** Integrale indefinito. Tecniche di integrazione. Calcolo delle aree e dei volumi. Lunghezza del grafico. Integrali impropri su intervalli illimitati. Criterio del confronto e dell'ordine di infinitesimo. Integrali impropri per funzioni non limitate.

- SERIE NUMERICHE

Nozioni generali. Carattere di una serie. **Serie geometrica.** Operazioni con le serie. **Condizione necessaria di convergenza.** **Serie armonica.** Serie a termini positivi e relativo **teorema fondamentale.** Criterio del confronto. **Criterio del confronto asintotico.** Criterio del rapporto e della radice. **Criterio dell'integrale.** Serie armonica generalizzata. Convergenza assoluta. **La convergenza assoluta implica la convergenza semplice.** Serie a segni alterni e criterio di Leibniz.

- EQUAZIONI DIFFERENZIALI ( prime nozioni )

Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Problema dei valori iniziali. Equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti. Teorema di esistenza ed unicità. Proprietà delle soluzioni. **Teorema sull'integrale generale dell'equazione omogenea.** **Integrale generale dell'equazione completa.**

E' richiesta la dimostrazione dei teoremi scritti in grassetto

**Testi di riferimento**

M.Bertsch, R.Dal Passo, L.Giacomelli *Analisi Matematica* Ed. Mc Graw-Hill

P.Marcellini, C.Sbordone *Analisi Matematica uno*, Liguori Editore

P.Marcellini, C.Sbordone *Esercitazioni di Matematica vol I*, Liguori Editore

