

Anno Accademico 2010-11
Elementi di Metodi Matematici della Fisica
Prof. M. Villani

- A. Funzioni di variabile complessa.** Richiami su l'algebra dei numeri complessi. Funzioni di variabile complessa, derivabilità. Funzioni olomorfe. Regole di derivazione ed esempi. Serie di potenze nel campo complesso. Le funzioni olomorfe elementari. Integrali curvilinei nel campo complesso, teorema integrale di Cauchy, teorema dei residui, formula integrale di Cauchy. Esempi ed applicazioni. Serie di Taylor e sviluppabilità locale delle funzioni olomorfe. Zeri delle funzioni olomorfe. Funzioni poldrome, rami e punti di diramazione: logaritmo e potenze generiche nel campo complesso. Sviluppo di Laurent in una corona circolare ed in un intorno di un punto singolare isolato. Poli, singolarità essenziali, singolarità eliminabili. Il punto infinito, estensione del teorema dei residui. Esempi. Applicazioni dei teoremi dei residui al calcolo di integrali reali.
- B. Integrale di Lebesgue.** Lo spazio $C_0(\mathbb{R})$ delle funzioni continue in \mathbb{R} , a supporto compatto. L'integrale di Lebesgue in \mathbb{R} . Operazioni di limite nell'integrazione di Lebesgue. Misura di sottoinsiemi di \mathbb{R} . L'integrale di Lebesgue in \mathbb{R}^d ($d=2,3,\dots$). Gli spazi $L_1(\mathbb{R}^d)$ e $L_2(\mathbb{R}^d)$. Spazi di Banach e di Hilbert. Lo spazio $L_{1,loc}(\mathbb{R}^d)$.
- C. Distribuzioni.** Lo spazio $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ e la nozione di distribuzione. Esempi di distribuzioni. Distribuzioni regolari e singolari. Differenziazione delle distribuzioni. Esempi.
- D. Trasformata di Fourier.** La trasformata di Fourier e le sue proprietà. Lo spazio $S(\mathbb{R})$ delle funzioni a decrescenza rapida e la trasformata di Fourier. Distribuzioni temperate e trasformata di Fourier. La trasformata di Fourier in L_2 . Trasformata di Fourier in diverse variabili. Convoluzione. Applicazioni: equazione di Helmholtz, equazione di diffusione, equazione di Schrödinger. Convergenza distribuzionale: esempi.

Bibliografia

A: M Greco, Complementi di analisi (Liguori, Napoli)

B, C, D: Dispense.