

Meccanica celeste

Laurea triennale in Fisica

a.a. 2006/07

Dott. Paolo Facchi

1. Cinematica del moto planetario

Le leggi di Keplero.

Soluzione dell'equazione di Keplero. Formula di inversione per serie di Lagrange. Sviluppo in serie di Fourier nell'anomalia media.

Gli elementi orbitali.

La teoria Newtoniana. La terza legge di Keplero e la legge di gravitazione universale.

2. Dinamica del moto planetario nell'approssimazione di Keplero

Il problema dei due corpi.

Il problema del moto centrale. Risultati generali.

Studio qualitativo del moto centrale. Stati legati. Stati d'urto. Orbite asintotiche a orbite circolari.

Calcolo dell'orbita del moto centrale. Il potenziale armonico. Il potenziale $1/r^2$. Il potenziale newtoniano.

Potenziali con orbite chiuse. Teorema di Bertrand.

Il problema a molti corpi. Equazioni e leggi di conservazione. Teorema di Sundman sul collasso totale. Problema ristretto circolare dei tre corpi.

3. Elementi di meccanica hamiltoniana

Richiami di meccanica analitica. Equazioni di Lagrange. Trasformazione di Legendre. Equazioni di Hamilton. Ritratto di fase.

Trasformazioni canoniche. Funzioni generatrici. Parentesi di Poisson.

4. **Cenni sulla teoria di Hamilton-Jacobi e sull'integrabilità**

Equazione di Hamilton-Jacobi. Metodo di separazione delle variabili.

Sistemi in involuzione. Integrabilità per quadrature. Teorema di Liouville.

Tori invarianti e teorema di Arnold. Variabili azione-angolo.

Moto e funzioni quasi periodiche sul toro. Teorema della media.

Completa integrabilità del problema di Keplero. Costruzione dei cicli e delle variabili azione-angolo. Elementi canonici, variabili di Delaunay e di Poincaré.

5. **Introduzione alla teoria delle perturbazioni**

Teoria canonica delle perturbazioni. Equazione fondamentale. Condizione di non degenerazione. Teorema di Poicaré sulla non esistenza di integrali primi.

Sistemi quasi integrabili. Il problema ristretto dei tre corpi. Perturbazioni secolari. Il problema spin-orbita. Precessione degli equinozi e delle orbite dei satelliti.

Sistemi isocroni e serie di Birkhoff.

Deformazione in tori invarianti. Cenni sul teorema di Kolmogorov-Arnold-Moser.

Bibliografia

- [1] A. Fasano, S. Marmi, *Meccanica analitica*, Bollati Boringhieri, Torino, 2002.
- [2] A. Giorgilli, *Meccanica celeste*, dispense inedite, 1990.
- [3] H. Goldstein, C.P. Poole, J.L. Safko, *Classical mechanics*, Addison Wesley, New York, 2002.