

Programma del corso di “Fisica non lineare”.

I. Introduzione alla Fenomenologia dei sistemi non-lineari.

Caratteristiche generali della dinamica di sistemi descritti da equazioni non-lineari. Esempi di sistemi non-lineari nella fisica classica. Esempi di modelli evolutivi per le scienze biologiche e sociali. Il modello di Lotka-Volterra. L'equazione di Malthus e l'equazione logistica. L'equazione di Fisher-Kolmogorov. Equazioni non lineari nella teoria dei campi. Onde solitarie, solitoni e equazione di Korteweg e de Vries.

Semplicità e complessità nella dinamica delle mappe unidimensionali. Comportamento caotico della mappa “a tenda”. La mappa logistica e la cascata delle biforcazioni. Aspetti generali del comportamento caotico. Differenza tra sistemi deterministici e sistemi stocastici.

Spazio delle fasi e ritratti di fase in meccanica classica. Oscillatori non-lineari. Teoria delle perturbazioni per l'oscillatore non smorzato con termini di energia non armonici.

II. Elementi introduttivi della teoria dei sistemi dinamici.

Generalità sui sistemi dinamici con un numero finito di gradi di libertà. Teorema di Cauchy. Nozioni di punto fisso, varietà invariante, attrattore. Attrattori strani e dimensione frattale. L'equazione di Frobenius-Perron. Sistemi conservativi e dissipativi. Generalizzazione del teorema di Liouville. Moti caotici ed esponenti di Liapunov.

Cenni di teoria della stabilità. Criteri di stabilità per sistemi con un numero finito di gradi di libertà. Classificazione dei ritratti di fase dei sistemi unidimensionali e bidimensionali. Esempi di applicazione della teoria della stabilità.

Comportamento non lineare intorno ai punti fissi. Sviluppo a scale multiple per lo studio della biforcazione transcritica. Altri tipi di biforcazione: a “diapason”, del punto limite, di Hopf.

III. Sistemi dissipativi estesi nello spazio. Le equazioni della dinamica dei fluidi ed il problema di Bénard.

Descrizione continua dei sistemi fluidi. Variabili conservate ed equazioni di bilancio. Equazioni di continuità e di Eulero. I tensori della densità di flusso della quantità di moto e degli sforzi. Le equazioni di Navier-Stokes. Equazione di bilancio per l'energia e equazione generale del calore. Il secondo principio della termodinamica e la produzione di entropia. La conduzione termica in un fluido incomprimibile.

Descrizione qualitativa della convezione termica e dell'instabilità di Rayleigh-Bénard. L'approssimazione di Boussinesq. Linearizzazione delle equazioni di Boussinesq. Analisi di stabilità lineare per il problema di Bénard. Valutazione del punto critico nel caso di condizioni al contorno libere.

Testi consigliati:

Dispense del docente.

G. Nicolis, *Introduction to Non Linear Science*, Cambridge University Press.