

# Programma di Analisi Matematica I

a.a. 2006/07 - prof.ssa B. Lisena  
Laurea triennale in Fisica

## - I NUMERI REALI E LE FUNZIONI REALI

Gli assiomi dei numeri reali. Proprietà delle disuguaglianze. Cenni di logica e di teoria degli insiemi. Numeri naturali, interi, razionali. Principio di induzione. La retta reale. Intervalli. Valore assoluto. Funzioni reali. Il piano cartesiano. Grafico di una funzione. Funzioni iniettive, surgettive e bigettive. Funzione composta e funzione inversa. Funzioni monotone. Maggioranti, minoranti, estremo superiore e inferiore, massimo e minimo di insiemi e di funzioni. Insiemi infiniti. Funzioni elementari. Disequazioni.

## -LIMITI DI FUNZIONI

Punti di accumulazione. L'insieme dei numeri reali ampliato. Limite di funzione. **Unicità del limite**. Permanenza del segno. Teorema del confronto. Operazioni con i limiti. Cambiamento di variabile. Limite delle funzioni monotone. Forme indeterminate. Limite da destra e da sinistra. Limiti delle funzioni elementari. Limiti notevoli. Il numero di Nepero.

## - SUCCESSIONI

Nozioni generali. Limiti di successioni. **Ogni successione convergente è limitata**. Teorema sui limiti. **Prodotto di una successione infinitesima e di una limitata**. Successioni monotone e **relativo teorema**. Legame tra limiti di funzioni e di successioni.

## - FUNZIONI CONTINUE

Funzioni continue in un punto e proprietà. Punti di discontinuità. Funzioni continue su intervalli. Teorema degli zeri. Teorema di Weierstrass. **Teorema dei valori intermedi e sua conseguenza**. Continuità della funzione inversa. Uniforme continuità. Teorema di Cantor. Funzioni Lipschitziane.

## - CALCOLO DIFFERENZIALE

Retta tangente. Funzioni derivabili. **Continuità delle funzioni derivabili**. Regole di derivazione. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. **Derivata delle funzioni elementari**. Massimi e minimi relativi. **Teorema di Fermat**. Teorema di Rolle. **Teorema di Lagrange e sue conseguenze**. **Criteri di monotonia**. Primo criterio per massimi e minimi relativi. Teorema di de L'Hospital e **relativo criterio di derivabilità**. Infinitesimi ed infiniti. Polinomio di Taylor. **Formula di Taylor**. **Criterio generale per massimi e minimi relativi**. Funzioni convesse e concave. Punti di flesso. Studio del grafico di una funzione reale.

## -NUMERI COMPLESSI

I numeri complessi in forma algebrica e relative operazioni. Forma trigonometrica. Potenza ennesima. Radici ennesime.

## - INTEGRAZIONE

Partizione di un intervallo. Somme integrali. Integrabilità secondo Riemann. Significato geometrico. Proprietà dell'integrale. Somme integrali di Riemann. Integrale definito. **Integrabilità delle funzioni continue** e delle funzioni monotone. **Teorema della media integrale**. Funzione integrale e **primo teorema fondamentale del calcolo integrale**. Primitive e proprietà. **Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale**. Integrale indefinito Tecniche di integrazione. Calcolo delle aree. Integrali impropri su intervalli illimitati. Criterio del confronto. Criterio degli infinitesimi. Integrali impropri per funzioni non limitate.

## - SERIE NUMERICHE

Nozioni generali. Carattere di una serie. **Serie geometrica**. Operazioni con le serie. **Condizione necessaria di convergenza**. **Serie armonica e armonica generalizzata**. Serie a termini positivi. Criterio del confronto. **Criterio del confronto asintotico**. **Criterio del rapporto** e della radice. Convergenza assoluta. **La convergenza assoluta implica la convergenza semplice**. Serie a segni alterni e relativo criterio di convergenza. Approssimazione della somma di una serie. Proprietà commutativa.

### - EQUAZIONI DIFFERENZIALI ( prime nozioni )

Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti.

E' richiesta la dimostrazione dei teoremi scritti in grassetto

### Testi di riferimento

P.Marcellini, C.Sbordone *Analisi Matematica uno*, Liguori Editore

M.Bertsch, R.Dal Passo *Elementi di Analisi Matematica* Ed. Aracne

P.Marcellini, C.Sbordone *Esercitazioni di Matematica vol I*, Liguori Editore