

Programma di Analisi Matematica II (8 CFU)
Laurea triennale in Fisica – a. a. 20011-12
Prof.ssa Benedetta Lisena

SPAZI METRICI

Distanza. Lo spazio metrico \mathbf{R}^n e $C([a,b])$. Intorno sferico. Insiemi aperti. Successioni convergenti e di Cauchy. Funzioni continue tra spazi metrici. Continuità tramite successioni. Spazi metrici completi. Il teorema delle contrazioni.

FUNZIONI DI PIU' VARIABILI

Limiti e continuità

Lo spazio vettoriale reale n-dimensionale. Modulo, distanza e prodotto scalare. Elementi di topologia. Intorno sferico. Punti interni, esterni e di frontiera. Insiemi aperti, chiusi, limitati e compatti. Limiti e continuità e teoremi relativi. Calcolo dei limiti. Limite lungo una retta e in coordinate polari.

Calcolo differenziale

Derivate parziali e derivate direzionali. Funzioni differenziabili e **loro proprietà**. **Formula del gradiente. Teorema del differenziale totale.** Piano tangente. Teorema di derivazione della funzione composta. **Teorema di Lagrange.** Integrali dipendenti da parametro. Derivazione sotto il segno di integrale. Derivate di ordine superiore. Teorema di Schwartz. Matrice hessiana. **Formula di Taylor** (di ordine 2). Aperti connessi. **Teorema sulle funzioni a gradiente nullo.** Punti di massimo e minimo relativo. Punti critici e punti di sella. **Condizione necessaria.** Forme quadratiche e autovalori. **Condizione sufficiente. Test delle derivate parziali seconde.**

FUNZIONI A VALORI VETTORIALI

Limite e continuità. Derivata e integrale di funzioni di una variabile a più componenti. Campi vettoriali. Derivata direzionale e differenziabilità. Matrice jacobiana. Teorema di differenziabilità della funzione composta. Divergenza, rotore e laplaciano.

CURVE PARAMETRICHE E INTEGRALI CURVILINEI

Curve

Nozioni generali. Curve semplici, regolari e regolari a tratti. Cambiamento di parametro e curve equivalenti. Curve rettificabili. **Lunghezza di una curva regolare. Invarianza rispetto a cambiamenti di parametro.** Integrali curvilinei di prima specie e relative proprietà.

Forme differenziali e integrali curvilinei di seconda specie

Integrale curvilineo di un campo vettoriale. Integrale curvilineo di forme differenziali e proprietà. Forme differenziali chiuse ed esatte. Funzione potenziale. **Calcolo dell'integrale curvilineo di una forma differenziale esatta.** Caratterizzazione delle forme differenziali esatte. Aperti semplicemente connessi. **Legame tra forme**

differenziali chiuse e esatte. Metodi per determinare un potenziale. Campi vettoriali irrotazionali.

FUNZIONI IMPLICITE ED ESTREMI VINCOLATI

Funzioni implicite

Teorema del Dini per funzioni di due variabili. Retta tangente al grafico della funzione implicita. Caso delle funzioni di tre variabili. Piano tangente. Teorema del Dini per i sistemi.

Massimi e minimi vincolati

Nozioni generali. **Teorema del moltiplicatore di Lagrange.** Determinazione del massimo e minimo vincolato con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Massimo e minimo assoluto.

L'INTEGRALI MULTIPLI

Misura e integrale in più variabili

Misura secondo Peano-Jordan. Misura degli intervalli, plurintervalli, insiemi limitati e non limitati. Caratterizzazioni degli insiemi limitati misurabili. Funzioni integrabili secondo Riemann. Criterio di integrabilità. Integrabilità delle funzioni quasi ovunque continue.

Integrali doppi

Domini semplici e formule di riduzione. **Integrabilità delle funzioni continue.** Significato geometrico dell'integrale. Proprietà dell'integrale. Cambiamento di variabili. Coordinate polari. Integrali impropri. **Formule di Gauss-Green. Area di domini regolari.**

Integrali tripli

Formule di riduzione. Integrazione per strati. Volume di un solido di rotazione. Cambiamento di variabili in coordinate cilindriche o sferiche.

SUPERFICI E INTEGRALI DI SUPERFICIE

Prodotto vettoriale. Superfici parametriche nello spazio. Esempi. Punti singolari e regolari. Piano tangente. Superfici regolari. Area di una superficie regolare. **Area di superfici di rotazione.** Integrale di superficie di una funzione. Superfici orientate. Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie. Teorema della divergenza (o di Gauss). Teorema di Stokes (o del rotore).

Testi consigliati

M.BERTSCH, R.DAL PASSO, L.GIACOMELLI *Analisi Matematica*
Mc Graw-Hill, 2007

M.FUSCO, P.MARCELLINI, C.SBORDONE *Analisi Matematica due*
Liguori Editore, 2001

N.FUSCO, P.MARCELLINI, C.SBORDONE *Esercitazioni di Analisi Matematica, vol.2*
Liguori Editore, 1989

S.SALSA, A.SQUELLATI *Esercizi di Analisi Matematica 2* Masson, 1996

E.GIUSTI *Esercizi e Complementi di Analisi Matematica 2* Boringhieri, 1985.