

**Corso di Laurea in Fisica**  
**Programma di Geometria 2007/08**  
**Prof. B. C. Casciaro**

**Teoria degli insiemi:** Insiemi, inclusione, sottoinsiemi, Intersezione, unione, applicazioni e loro proprietà, relazioni, relazioni d'ordine, relazioni di equivalenza e loro proprietà, partizioni e loro proprietà.

**Strutture algebriche:** Leggi di applicazione interna e loro proprietà elementari, monoidi, gruppi, potenze in un gruppo, sottogruppi, gruppi generati, morfismi e loro proprietà, esempi, anelli, corpi, campi e loro proprietà.

**Spazi vettoriali:** Leggi di composizione esterna, spazi vettoriali, proprietà elementari dei vettori, combinazioni lineari e loro proprietà, sistemi di generatori, famiglie libere, basi, famiglie libere massimali, sistemi di generatori minimali, proprietà delle famiglie precedenti, sottospazi vettoriali, esempi di spazi vettoriali e sottospazi vettoriali, spazio intersezione, spazio somma e spazio somma diretta di due sottospazi vettoriali, applicazioni lineari, applicazioni lineari e basi, spazio vettoriale immagine diretta e spazio vettoriale immagine inversa di un dato spazio vettoriale.

**Matrici e Sistemi lineari:** matrici su di un campo, determinanti e loro proprietà, sistemi lineari, rango di una matrice, teorema di Cramer, teorema di Rouche–Capelli, esercizi, il gruppo  $GL(n,K)$  su un campo  $K$ .

**Ulteriori proprietà degli spazi vettoriali:** Matrici e cambiamenti di base, applicazioni lineari e matrici associate e proprietà relative.

**Spazi vettoriali reali:** Orientamento di uno spazio vettoriale e proprietà, prodotti scalari, norme, ortogonalità e proprietà, coefficienti di Fourier, basi ortogonali, teorema di Gram–Schmidt, basi ortogonali unitarie, cambiamento di basi ortogonali unitarie, matrici ortogonali, determinazione del gruppo delle matrici ortogonali di ordine 2, isometrie e loro proprietà, prodotti scalari su spazi vettoriali orientati, angoli e loro proprietà, prodotto vettoriale e sue proprietà.

**Spazi vettoriali complessi:** Proprietà elementari degli spazi vettoriali complessi, ampliamenti complessi degli spazi vettoriali reali, vettori reali, vettori complessi, vettore complesso coniugato di un vettore assegnato, sottospazi reali, basi reali e loro cambiamento, immersione di uno spazio vettoriale reale in uno spazio vettoriale complesso in modo tale che quest'ultimo sia l'ampliamento complesso dello spazio vettoriale reale di partenza, prolungamento complesso di una applicazione lineare reale, prolungamento complesso

di un prodotto scalare e relative proprietà.

**Spazi affini:** Definizione e proprietà elementari, riferimenti affini, sistemi coordinati, cambiamenti di coordinate, equazione parametrica dei sottospazi affini, retta affine, retta affine reale e suo orientamento, rette affini nel piano affine e loro equazioni, piani affini nello spazio affine di dimensione 3 e loro equazioni, rette affini nello spazio affine di dimensione 3 e loro equazioni, parallelismo tra sottospazi affini e relative proprietà, sottospazio intersezione e sottospazio congiungente due sottospazi, parallelismo nel piano affine e regola del parallelogramma, parallelismo nello spazio affine di dimensione 3, retta intersezione tra due piani non paralleli.

**Spazi affini reali:** Spazi metrici, distanza tra due punti, equazione Hessiana degli iperpiani, distanza punto iperpiano, distanza punto retta nel piano metrico, distanza punto piano nello spazio metrico di dimensione 3, ortogonalità e proprietà relative, angoli tra rette, angolo tra piani, angoli tra rette e piani, rette sghembe e retta di minima distanza tra due rette sghembe.

**Spazi affini complessi:** Ampliamenti complessi di spazi affini reali e loro costruzione, sottospazi affini reali, sottospazi affini complessi, sottospazi complessi coniugato di un sottospazio affine complesso, proprietà relative.

**Spazi proiettivi:** Spazi numerici proiettivi, coordinate proiettive omogenee, cambiamento di coordinate proiettive omogenee, sottospazi numerici proiettivi e loro intersezione, collineazioni, rette proiettive nel piano numerico proiettivo e loro proprietà, piani numerici proiettivi nello spazio numerico proiettivo di dimensione tre e loro proprietà, rette numeriche proiettive nello spazio numerico proiettivo di dimensione tre e loro proprietà, equazioni degli iperpiani numerici proiettivi, ampliamenti complessi degli spazi numerici proiettivi reali e relative proprietà.

**Spazi geometrici proiettivi:** definizione e proprietà, spazi geometrici proiettivi ottenuti a partire da uno spazio affine, ampliamenti complessi, proprietà degli spazi precedenti.

**Coniche:** Matrice di una conica e suo rango, polare, coniche degeneri, coniche non degeneri e polarità, teorema di reciprocità, intersezione di una retta con una conica, rette tangenti e polarità, triangolo autopolare, equazione di una conica riferita ad un suo triangolo autopolare, fasci di coniche, classificazione affine delle coniche, centro e sua determinazione, diametri, equazione dell'iperbole riferita agli asintoti, proprietà metriche di una conica, punti ciclici, assi, vertici, fuochi, direttrici, eccentricità, equazioni canoniche.

**Quadriche:** Rango della matrice di una quadrica, piano polare di un punto ad una quadrica, intersezione di un piano e di una retta con una

quadrica, piani e rette tangenti ad una quadrica, polare di un punto rispetto ad una quadrica, polarità rispetto ad una quadrica non degenera, classificazione proiettiva dei punti di una quadrica, cono tangente da un punto ad una quadrica, equazione canonica di una quadrica, classificazione affine delle quadriche, centro di una quadrica, piani diametrali, cono asintotico, proprietà metriche delle quadriche, piani principali, assi e vertici di una quadrica, equazioni canoniche di una quadrica.